Gravitationsansätze in der Regionalforschung

Gunther Maier

Wirtschaftsuniversität Wien

Gravitation

- Newton (17.Jh.): die Anziehungskraft zwischen zwei Körpern ist Proportional zu ihrer Masse und invers proportional zum Quadrat ihrer Entfernung

$$I_{ij} = k \frac{M_i M_j}{d_{ij}^2}$$

- Mit Parametern

$$I_{ij} = \alpha M_i^{\beta} M_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}$$

Beispiele für Interaktionen

- Telefongespräche
- Wanderung
- Pendelwanderung
- Einkaufsfahrten
- Schul-, Universitätsbesuch,
- Kooperationen in F&E,
- Lieferverflechtungen,
- …

Basismodell

$$I_{ij} = \alpha M_i^{\beta} N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}$$

$$\alpha, \beta, \gamma > 0, \delta < 0$$

$$I = \sum_i \sum_j I_{ij} = \alpha \sum_i \sum_j M_i^{\beta} N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}$$

$$\alpha = \frac{I}{\sum_i \sum_j M_i^{\beta} N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}}$$

$$I_{ij} = I \frac{M_i^{\beta} N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}}{\sum_i \sum_j M_i^{\beta} N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}}$$

Potenzialmodell

☞ Welche Möglichkeiten bietet die Interaktion für z.B. die Zielregion? (Einkaufsfahrten)

$$E_j = \sum_i I_{ij} = \sum_i \alpha M_i^{\beta} N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta} = \alpha N_j^{\gamma} \left[\sum_i M_i^{\beta} d_{ij}^{\delta} \right]$$

Restringierte Gravitationsmodelle

- Summenrestriktionen als zusätzliche Informationen
- Beispiele:
  - Summe der Auspendler + lokal Beschäftigte = Gesamtbeschäftigung
  - Abwanderer, Zuwanderer
  - Studenten vom Studienort + zuwandernde Studenten = Gesamtzahl der Studierenden
- Production-constrained, attraction-constrained, production-attraction-constrained

Production-constrained Modell

$$\sum_j I_{ij} = O_i$$

$$O_i = \sum_j I_{ij} = \alpha M_i^{\beta} \sum_j N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}$$

$$\alpha M_i^{\beta} = \frac{O_i}{\sum_j N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}}$$

$$I_{ij} = O_i \frac{N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}}{\sum_{j'} N_{j'}^{\gamma} d_{ij'}^{\delta}}$$

$$\frac{I_{ij}}{O_i} = \frac{N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}}{\sum_{j'} N_{j'}^{\gamma} d_{ij'}^{\delta}}$$

$$I_{ij} = A_i O_i N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}$$

$$A_i = \frac{1}{\sum_{j'} N_{j'}^{\gamma} d_{ij'}^{\delta}}$$

Attraction-constrained Modell

$$D_j = \sum_i I_{ij}$$

$$I_{ij} = D_j \frac{M_i^\beta d_{ij}^\delta}{\sum_{i'} M_{i'}^\beta d_{i'j}^\delta}$$

$$I_{ij} = B_j D_j M_i^\beta d_{ij}^\delta$$

$$B_j = \frac{1}{\sum_{i'} M_{i'}^\beta d_{i'j}^\delta}$$

Production-attraction-constrained Modell

$$I_{ij} = \alpha_j M_i^{\beta} N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}$$

$$\sum_j I_{ij} = O_i$$

$$D_j = \sum_i I_{ij}$$

$$I_{ij} = O_i \frac{\alpha_j N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}}{\sum_{j'} \alpha_{j'} N_{j'}^{\gamma} d_{ij'}^{\delta}}$$

$$I_{ij} = A_i O_i B_j D_j d_{ij}^{\delta}$$

$$\alpha_j = \frac{D_j}{N_j^{\gamma} \sum_i M_i^{\beta} d_{ij}^{\delta}}$$

$$A_i = \frac{1}{\sum_{j'} B_j D_j d_{ij'}^{\delta}}$$

$$B_j = \frac{1}{\sum_{j'} A_i O_i d_{ij'}^{\delta}}$$

Entropie-Fundierung

- Interaktionsmatrix (Makrozustand) kann sich auch verschiedenen Konstellationen (Mikrozuständen) ergeben.
- Makrozustand, der auf der größten Zahl an Mikrozuständen hervorgehen kann, ist der wahrscheinlichste.
- Berücksichtigung der Restriktionen

Entropie-Fundierung

$$W(\mathbf{I}) = \frac{I!}{\prod_{ij} I_{ij}}$$

$$\sum_j I_{ij} = O_i \qquad \sum_i I_{ij} = D_j \qquad \sum_i \sum_j I_{ij} c_{ij} = C$$

$$I_{ij} = \exp(-\lambda_i^{(1)}) \exp(-\lambda_j^{(2)}) \exp(-\lambda^{(3)} c_{ij})$$

$$I_{ij} = O_i \frac{\alpha_j N_j^\gamma \exp(\delta c_{ij})}{\sum_{j'} \alpha_{j'} N_{j'}^\gamma \exp(\delta c_{ij'})}$$

$$I_{ij} = O_i \frac{\exp(\alpha_j + \mathbf{X}_j \beta + \delta c_{ij})}{\sum_{j'} \exp(\alpha_{j'} + \mathbf{X}_{j'} \beta + \delta c_{ij'})}$$

Log-lineares Modell

$$I_{ij} = \mu * \mu_i * \mu_j * \mu_{ij}$$

$$\ln(I_{ij}) = \ln(\mu) + \ln(\mu_i) + \ln(\mu_j) + \ln(\mu_{ij})$$

$$\begin{aligned} \mu &= \alpha \\ \mu_i &= M_i^{\beta} \\ \mu_j &= N_j^{\gamma} \\ \mu_{ij} &= d_{ij}^{\delta} \end{aligned}$$

Log-lieares Modell und Gravitationsmodell

- Saturiertes log-lineares Modell reproduziert die Interaktionsmatrix perfekt
- Gravitationsmodell ergibt sich als restringierte Form des log-linearen Modells

Discrete Choice Modelle

- Solide Verhaltensfundierung in der Zufallsnutzentheorie
  - Deterministischer Nutzenteil
  - Zufallsnutzenteil
- Verteilungsannahmen über Zufallsteil liefern unterschiedliche Modelle
  - Unabhängig identisch Gumbel verteilt → Logit-Modell

Discrete Choice Modelle

$$U_k(A_j) = V_{kj} + \varepsilon_{kj}$$

$$P_{kj} = \frac{\exp(\mu V_{kj})}{\sum_{j'} \exp(\mu V_{kj'})}$$

Logit-Modell und Gravitationsmodell

$$I_{ij} = P_{ij} O_i = O_i \frac{\exp(\mu V_{ij})}{\sum_{j'} \exp(\mu V_{ij'})}$$

$$V_{ij} = \gamma \ln(N_j) + \delta \ln(d_{ij})$$

$$I_{ij} = O_i \frac{N_j^{\gamma} d_{ij}^{\delta}}{\sum_{j'} N_{j'}^{\gamma} d_{ij'}^{\delta}}$$

$$V_{ij} = \alpha_j + \mathbf{X}_j \beta + \delta c_{ij}$$

$$I_{ij} = O_i \frac{\exp(\alpha_j + \mathbf{X}_j \beta + \delta c_{ij})}{\sum_{j'} \exp(\alpha_{j'} + \mathbf{X}_{j'} \beta + \delta c_{ij'})}$$

$$V_{ij} = \ln(\alpha_j) + \gamma \ln(N_j) + \delta c_{ij}$$

$$I_{ij} = O_i \frac{\alpha_j N_j^{\gamma} \exp(\delta c_{ij})}{\sum_{j'} \alpha_{j'} N_{j'}^{\gamma} \exp(\delta c_{ij'})}$$

Logit-Modell und Gravitatonsmodell

- Production-constrained Bedingung automatisch erfüllt.
- Production-attraction-constrained Modell erfordert alternativenspezifische Konstante
- Komplementäre Modelle
  - Makrostruktur – individuelle Entscheidung
  - Logit-Modell liefert Verhaltensfundierung und statistisch fundierte Schätzung

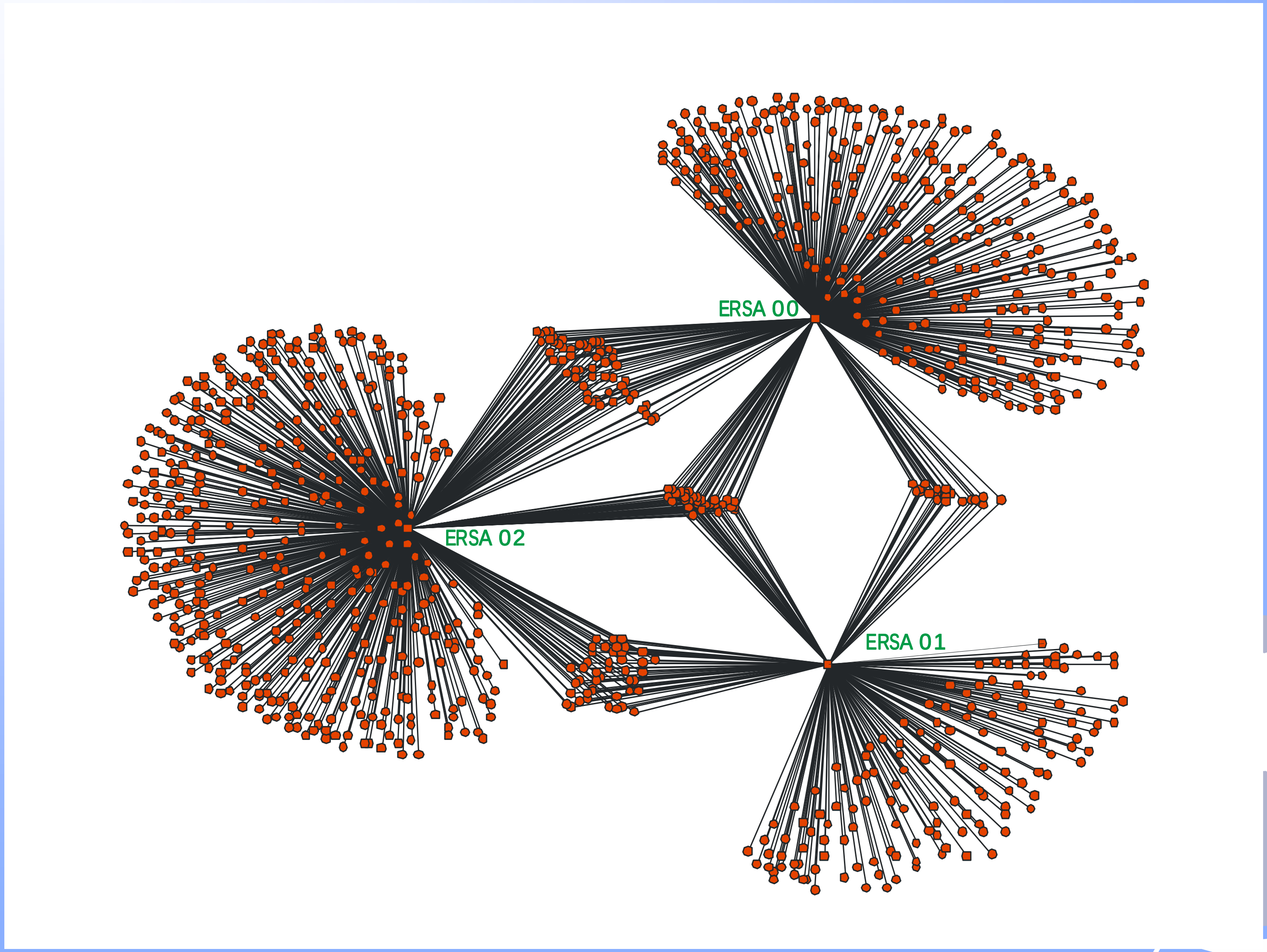
Zusammenfassung

- Das Gravitationsmodell ist ein vielfältig anwendbares Modell der räumlichen Interaktion. Restriktionen integrierbar.
- Statistisch und verhaltenstheoretisch fundierbar.
- Enge Verbindung zu anderen Modellen, insb. Log-lineares Modell, Discrete Choice Modelle (Logit-Modell).

Appendix: Soziale Netzwerk Analyse

- Basiert auf Graphentheorie
- besteht eine Beziehung zwischen zwei Knoten? Wie stark ist sie?
- Zentrale Knoten?
  - Zahl der Interaktionen
  - Verbindung zwischen Teilen
  - Effizienz, Redundanz von Verbindungen
  - Zerteilbarkeit

Soziale Netzwerk Analyse



Soziale Netzwerk Analyse