

Sonderdruck aus:

# Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung

Franz Egle, Wolfgang Klauder, Manfred Thon

Zur Produktivitätsprognose mit Hilfe von  
intrasektoralen Analogieschlüssen

5. Jg./1972

**4**

## Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (MittAB)

Die MittAB verstehen sich als Forum der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung. Es werden Arbeiten aus all den Wissenschaftsdisziplinen veröffentlicht, die sich mit den Themen Arbeit, Arbeitsmarkt, Beruf und Qualifikation befassen. Die Veröffentlichungen in dieser Zeitschrift sollen methodisch, theoretisch und insbesondere auch empirisch zum Erkenntnisgewinn sowie zur Beratung von Öffentlichkeit und Politik beitragen. Etwa einmal jährlich erscheint ein „Schwerpunktheft“, bei dem Herausgeber und Redaktion zu einem ausgewählten Themenbereich gezielt Beiträge akquirieren.

### *Hinweise für Autorinnen und Autoren*

Das Manuskript ist in dreifacher Ausfertigung an die federführende Herausgeberin Frau Prof. Jutta Allmendinger, Ph. D. Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung 90478 Nürnberg, Regensburger Straße 104 zu senden.

Die Manuskripte können in deutscher oder englischer Sprache eingereicht werden, sie werden durch mindestens zwei Referees begutachtet und dürfen nicht bereits an anderer Stelle veröffentlicht oder zur Veröffentlichung vorgesehen sein.

Autorenhinweise und Angaben zur formalen Gestaltung der Manuskripte können im Internet abgerufen werden unter [http://doku.iab.de/mittab/hinweise\\_mittab.pdf](http://doku.iab.de/mittab/hinweise_mittab.pdf). Im IAB kann ein entsprechendes Merkblatt angefordert werden (Tel.: 09 11/1 79 30 23, Fax: 09 11/1 79 59 99; E-Mail: [ursula.wagner@iab.de](mailto:ursula.wagner@iab.de)).

### Herausgeber

Jutta Allmendinger, Ph. D., Direktorin des IAB, Professorin für Soziologie, München (federführende Herausgeberin)  
Dr. Friedrich Buttler, Professor, International Labour Office, Regionaldirektor für Europa und Zentralasien, Genf, ehem. Direktor des IAB  
Dr. Wolfgang Franz, Professor für Volkswirtschaftslehre, Mannheim  
Dr. Knut Gerlach, Professor für Politische Wirtschaftslehre und Arbeitsökonomie, Hannover  
Florian Gerster, Vorstandsvorsitzender der Bundesanstalt für Arbeit  
Dr. Christof Helberger, Professor für Volkswirtschaftslehre, TU Berlin  
Dr. Reinhard Hujer, Professor für Statistik und Ökonometrie (Empirische Wirtschaftsforschung), Frankfurt/M.  
Dr. Gerhard Kleinhenz, Professor für Volkswirtschaftslehre, Passau  
Bernhard Jagoda, Präsident a.D. der Bundesanstalt für Arbeit  
Dr. Dieter Sadowski, Professor für Betriebswirtschaftslehre, Trier

### Begründer und frühere Mitherausgeber

Prof. Dr. Dieter Mertens, Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Karl Martin Bolte, Dr. Hans Büttner, Prof. Dr. Dr. Theodor Ellinger, Heinrich Franke, Prof. Dr. Harald Gerfin,  
Prof. Dr. Hans Kettner, Prof. Dr. Karl-August Schäffer, Dr. h.c. Josef Stingl

### Redaktion

Ulrike Kress, Gerd Peters, Ursula Wagner, in: Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung der Bundesanstalt für Arbeit (IAB), 90478 Nürnberg, Regensburger Str. 104, Telefon (09 11) 1 79 30 19, E-Mail: [ulrike.kress@iab.de](mailto:ulrike.kress@iab.de); (09 11) 1 79 30 16, E-Mail: [gerd.peters@iab.de](mailto:gerd.peters@iab.de); (09 11) 1 79 30 23, E-Mail: [ursula.wagner@iab.de](mailto:ursula.wagner@iab.de); Telefax (09 11) 1 79 59 99.

### Rechte

Nachdruck, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung der Redaktion und unter genauer Quellenangabe gestattet. Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u.ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

### Herstellung

Satz und Druck: Tümmels Buchdruckerei und Verlag GmbH, Gundelfinger Straße 20, 90451 Nürnberg

### Verlag

W. Kohlhammer GmbH, Postanschrift: 70549 Stuttgart; Lieferanschrift: Heßbrühlstraße 69, 70565 Stuttgart; Telefon 07 11/78 63-0; Telefax 07 11/78 63-84 30; E-Mail: [waltraud.metzger@kohlhammer.de](mailto:waltraud.metzger@kohlhammer.de), Postscheckkonto Stuttgart 163 30. Girokonto Städtische Girokasse Stuttgart 2 022 309. ISSN 0340-3254

### Bezugsbedingungen

Die „Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung“ erscheinen viermal jährlich. Bezugspreis: Jahresabonnement 52,- € inklusive Versandkosten: Einzelheft 14,- € zuzüglich Versandkosten. Für Studenten, Wehr- und Ersatzdienstleistende wird der Preis um 20 % ermäßigt. Bestellungen durch den Buchhandel oder direkt beim Verlag. Abbestellungen sind nur bis 3 Monate vor Jahresende möglich.

### Zitierweise:

MittAB = „Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung“ (ab 1970)  
Mitt(IAB) = „Mitteilungen“ (1968 und 1969)  
In den Jahren 1968 und 1969 erschienen die „Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung“ unter dem Titel „Mitteilungen“, herausgegeben vom Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung der Bundesanstalt für Arbeit.

**Internet:** <http://www.iab.de>

# Zur Produktivitätsprognose mit Hilfe von intrasektoralen Analogieschlüssen

Franz Egle, Wolfgang Klauder, Manfred Thon\*

Vorausschätzungen der Arbeitsproduktivität sind für Arbeitsmarktprojektionen von zentraler Bedeutung. Sind nämlich künftige Produktionshöhe und künftige Arbeitsproduktivität ermittelt, so läßt sich der künftige Arbeitskräftebestand durch Division errechnen.

Vorausschätzungen der Arbeitsproduktivität sind aber auch besonders schwache Stellen von Arbeitskräftebestandsprognosen, weil es bisher noch nicht gelungen ist, die Bestimmungsfaktoren der Arbeitsproduktivität genauer zu erfassen bzw. zu quantifizieren. Die gebräuchlichste Form der Produktivitätsprognose ist daher die der Trendberechnung und -extrapolation. Angesichts der Breite und des Tempos der technischen Entwicklung und ihrer Bedeutung für die Arbeitsproduktivität erscheint es aber gerade bei der Produktivitätsvorausschätzung — und insbesondere bei der Produktivitätsvorausschätzung nach Branchen — als besonders gewagt und unbefriedigend, für die Zukunft eine unveränderte Fortsetzung des bisherigen Trends anzunehmen.

In dem vorliegenden Aufsatz wird deshalb untersucht, inwieweit es mit intrasektoralen Analogieschlüssen möglich ist, methodisch über isolierte Trendextrapolationen hinauszukommen und gegebenenfalls auch künftige Trendänderungen der durchschnittlichen Arbeitsproduktivität einer Branche zu prognostizieren.

Technische und organisatorische Neuerungen pflegen oft nur nach und nach in eine Branche Eingang zu finden. Ausgehend von dieser Beobachtung wird die Hypothese aufgestellt, daß die durchschnittliche Produktivität der gesamten Branche der Produktivität eines Spitzenreiters oder einer Gruppe von Spitzenreitern mit einem regelmäßigen „lag“ folgt.

In einem theoretischen Teil wird zunächst erörtert, unter welchen Bedingungen eine intrasektorale Analogieprognose einen Prognosevorteil gegenüber einer Trendextrapolation bietet. Dies ist in der Regel dann der Fall, wenn die Produktivitätsreihen Richtungsänderungen aufweisen und zwischen den Richtungsänderungen des Branchendurchschnitts und der Spitzenreiter eine eindeutige Reaktionszeit festzustellen ist. Daran schließt sich eine Diskussion der Methoden zur Schätzung von lead-lag-Funktionen an. Zwei einfache Modellansätze werden im einzelnen dargestellt. Im empirischen Teil der Untersuchung wird gezeigt, daß etwaige intrasektorale lead-lag-Beziehungen erfaßt werden können, wenn einzelbetriebliche Produktivitätsdaten für einen längeren Zeitraum vorliegen. Derartige Zahlen standen nur für den Steinkohlenbergbau zur Verfügung. Für diesen Industriezweig gelang es, prognosetaugliche lead-lag-Funktionen zu ermitteln, die auch „Wendepunkte“ in der Produktivitätsentwicklung berücksichtigen.

Die Ergebnisse lassen ähnliche Untersuchungen für alle Branchen lohnend erscheinen. Allerdings werden bisher ausreichend lange Zeitreihen der Arbeitsproduktivität (oder lange Zeitreihen von Nahrungsdaten wie Umsatz je Beschäftigten) für jeden Betrieb oder jedes Unternehmen einer Branche nicht veröffentlicht. Die zuständigen statistischen Ämter und die Wirtschaftsverbände sollten daher prüfen, ob es nicht zugunsten besserer Produktivitätsvorausschätzungen Möglichkeiten gibt, in einer die Geheimhaltungsvorschriften wahren Form derartige Zeitreihen zugänglich zu machen oder entsprechend gespeicherte Daten für die prognostizierenden Stellen durchzurechnen. Die Untersuchung wurde im IAB durchgeführt.

## Gliederung:

- I. Einleitung und Ausgangshypothese
- II. Zur Methode intrasektoraler Analogieprognosen
  1. Begriff und Prognosetauglichkeit von lead-lag-Beziehungen
  2. Schätzung von lead-lag-Beziehungen
    - a) Überblick
    - b) Regressionsansatz
      - $\alpha$ ) Ökonometrisches Ausgangsmodell
      - $\beta$ ) Transformation in erste Differenzen
      - $\gamma$ ) Erweiterung des Modells
      - $\delta$ ) Berücksichtigung von Autokorrelation
    - c) Graphische Methode
    - d) Divisionsmethode
  3. Auswahl des „leaders“

\* In der Anlaufphase wurde das Projekt von Herrn Hans-Jürgen Dinter mitbetreut. Ihm oblag insbesondere die Beschaffung und erste Aufbereitung des statistischen Materials.

## III. Empirische intrasektorale Produktivitätsvergleiche

1. Die Studie des „Bureau of Labor Statistics“, USA
  - a) Ziel und Stellenwert
  - b) Quellen und Methode
  - c) Ergebnisse
  - d) Beurteilung
2. Untersuchung der Industriezweige der Bundesrepublik Deutschland nach Beschäftigtengrößenklassen
  - a) Statistisches Material
  - b) Methode
  - c) Ergebnisse
3. Untersuchung des Steinkohlenbergbaus im Ruhrgebiet
  - a) Statistisches Material
  - b) Methode
  - c) Ergebnis der lead-lag-Analyse
  - d) Vergleich mit Trendfunktionen
  - e) ex-post-Prognose

## IV. Schlußbemerkungen

## I. Einleitung und Ausgangshypothese

Ein zentrales Problem der Arbeitsmarktforschung besteht darin, das künftige Verhältnis zwischen dem Produktionsergebnis und dem zu seiner Erstellung benötigten Arbeitsaufwand vorherzubestimmen, mit anderen Worten: die künftige Arbeitsproduktivität vorauszuschätzen<sup>1)</sup>.

Wie die Erfahrung zeigt, nimmt in beinahe allen Wirtschaftszweigen die Arbeitsproduktivität fast ständig zu und dementsprechend der spezifische Arbeitseinsatz, also der Arbeitsaufwand je Einheit des Produktionsergebnisses, fast ständig ab. In welchem Tempo dies für die verschiedenen Branchen in Zukunft der Fall sein wird, muß durch Arbeiten zur Produktivitätsprognose geklärt werden.

Die Vorausschätzung der Arbeitsproduktivität ist aber nicht nur einer der zentralen Punkte der Arbeitskräftebestandsprognose, sondern auch eine ihrer besonders schwachen Stellen, weil es bisher noch nicht gelungen ist, die Bestimmungsfaktoren der Arbeitsproduktivität genauer zu erfassen bzw. zu quantifizieren. Die häufigste Form der Produktivitätsprognose ist daher, einen Trend für die jeweilige statistische Produktivitätsreihe der Vergangenheit zu berechnen und diesen Trend in die Zukunft zu verlängern. Angesichts der Breite und des Tempos der technischen Entwicklung und ihrer Bedeutung für die Arbeitsproduktivität erscheint es aber gerade bei der Produktivitätsvorausschätzung als besonders gewagt und unbefriedigend, für die Zukunft einen unveränderten Trend anzunehmen.

Die Extrapolation des Trends einer Produktivitätsreihe bedeutet, daß für die Zukunft kein anderer Produktivitätsverlauf prognostiziert wird, als sich bereits in der Entwicklung dieser *einen* zugrundegelegten Vergangenheitszeitreihe abgezeichnet hat. Eine Beziehung zu anderen Größen wird nicht hergestellt. Nach den vergangenen und den künftigen Ursachen der Entwicklung wird nicht gefragt.

<sup>1)</sup> Sind nämlich die künftige Produktionshöhe und die künftige Arbeitsproduktivität ermittelt, so läßt sich der künftige Arbeitskräftebestand — unter den vereinfachenden Annahmen des Manpoweransatzes — durch Division errechnen.

<sup>2)</sup> Zu weiteren Möglichkeiten vgl. Wolfgang Klauder, Dieter Mertens, Erhard Ulrich: Ansätze zur Prognose des spezifischen Arbeitskräftebedarfs, in Mitt(IAB) 8 (1969), S. 599 ff.

<sup>3)</sup> Vgl. hierzu u. a. auch: Manfred Lahner, Erhard Ulrich: Analyse von Entwicklungsphasen technischer Neuerungen, in Mitt(IAB) 6 (1969), S. 417 ff. und die dort angegebene Literatur.

<sup>4)</sup> Dabei dürften in der Regel Neuerungen zu einer — zumindest zeitweiligen — Beschleunigung im Produktivitätsfortschritt führen. Denkbar ist allerdings auch eine zeitweilige Verlangsamung des Produktivitätsanstiegs etwa dadurch, daß die Unternehmen mit der höchsten Produktivität als erste Neuerungen zur Verringerung der Umweltverschmutzung oder Verbesserung der Sicherheit am Arbeitsplatz einführen.

<sup>5)</sup> Zur Problematik der Auswahl des „leaders“ vgl. den Abschnitt II.3.

Es wird unterstellt, daß die — im einzelnen nicht bekannten — Einflußgrößen, die den Vergangenheitsverlauf bestimmt haben, in der Zukunft in gleicher Weise fortwirken werden. Trendänderungen können naturgemäß auf diesem Weg der reinen Extrapolation nicht vorhergesagt werden.

Hinzu kommt, daß bereits die Trendberechnung sehr oft problematisch ist, da die Entscheidung für eine bestimmte Trendform und den Stützzeitraum — und damit auch für die genauen Zeitpunkte von Trendänderungen und Trendbrüchen — mehr oder weniger subjektiv gefällt werden muß. Die Beobachtungswerte allein — ohne Kenntnis der Bestimmungsgründe — lassen oft alternative Annahmen zu, die zu ziemlich unterschiedlichen Extrapolationsergebnissen führen können.

Ein Prognoseansatz<sup>2)</sup>, der über isolierte und problematische Trendberechnungen und -extrapolationen hinausführt und es möglicherweise zuläßt, künftige Trendänderungen der Produktivitätsentwicklung zu berücksichtigen, soll in dem vorliegenden Aufsatz behandelt werden. Es ist dies der *intra-sektorale Analogieschluß* von der Produktivitätsentwicklung der Betriebe mit hohem Produktivitätsstand innerhalb einer Branche auf den Produktivitätsverlauf des Durchschnitts der Branche.

Technische und organisatorische Neuerungen und Verbesserungen pflegen aus mancherlei Gründen oft nur nach und nach in eine Branche Eingang zu finden<sup>3)</sup>. Bestimmend dafür dürften z.B. sein: Altersaufbau, Verschleiß und Rentabilität der vorhandenen Anlagen; Zeitbedarf für Investitionsplanung und -durchführung; Finanzierungsmöglichkeit; Wettbewerbsintensität; Unternehmensgröße; Produktsortiment der einzelnen Unternehmen; Forschungsaufwand; Aufgeschlossenheit und Wagemut der Unternehmensführung. Es ist daher zu vermuten, daß die Produktivitätsentwicklung der „Spitzenreiter“ einer Branche erst mit bestimmten zeitlichen Verzögerungen von den übrigen Betrieben dieser Branche nachvollzogen wird<sup>4)</sup>.

Diese Überlegungen führten zu folgender Ausgangshypothese:

*Die durchschnittliche Produktivität der gesamten Branche folgt der Produktivität eines „Spitzenreiters“ oder einer Gruppe von „Spitzenreitern“ mit einem regelmäßigen „lag“.*

Wenn sich für eine derartige „lead-lag-Beziehung“ ein eindeutiger statistischer Zusammenhang nachweisen läßt, dann ermöglichen Kenntnisse des neuesten Produktivitätsstandes der „Spitzenreiter“ einer Branche Vorhersagen über die zukünftige Produktivitätsentwicklung des Durchschnitts der Branche einschließlich eventueller „Wendepunkte“, eine Aussage, die eine reine Trendextrapolation nie leisten kann<sup>5)</sup>.

Allerdings muß man, da ja jede fundierte Zukunftsaussage nur unter gewissen Annahmen gemacht werden kann, nunmehr unterstellen, daß die für die Vergangenheit ermittelten lead-lag-Zusammenhänge und Abhängigkeiten auch in der Zukunft fortbestehen. Mit anderen Worten: Statt der Trends der Produktivitätsreihen müssen nunmehr die Beziehungen zwischen den Produktivitätsreihen bzw. deren Trends unverändert bleiben. Diese Annahme kann man natürlich um so eher treffen, je stabiler sich der lead-lag-Zusammenhang in der Vergangenheit gegenüber Trendänderungen und anderen Richtungsänderungen der Ursprungsreihen erwiesen hat.

Aufgabe dieses Forschungsvorhabens war es daher zu prüfen, ob dieser Weg der Analogieprognose grundsätzlich gangbar ist und für die Bundesrepublik Deutschland regelmäßige, prognosetaugliche intrasektorale Produktivitätszusammenhänge der beschriebenen Art statistisch festgestellt werden können.

Diese Arbeiten zur Analogieprognose sind im IAB noch nicht abgeschlossen. Viele methodische und statistische Probleme sind noch zu lösen. Doch ist ein Stand erreicht, der es zweckmäßig erscheinen läßt, über die Arbeiten zu berichten, um die Diskussion über die Probleme, Möglichkeiten und Grenzen der Analogieprognose sowie weitere Forschungen auf dem Gebiet anzuregen.

Der erste Teil des vorliegenden Aufsatzes soll in einige methodische Überlegungen einführen, die bisher im IAB angestellt wurden. Der zweite Teil enthält die Ergebnisse einer amerikanischen Untersuchung, ferner die Ergebnisse einer Analyse der Industriezweige der Bundesrepublik Deutschland anhand der — allerdings nur für Größenklassen veröffentlichten — brancheninternen Zahlen der Industrieberichterstattung und schließlich Ergebnisse einer Untersuchung der dem IAB vom Kohlenbergbau zur Verfügung gestellten einzelbetrieblichen Produktivitätsdaten.

<sup>6)</sup> An diese Anpassungszeit wird häufig allein gedacht, wenn von „time-lag“ die Rede ist.

<sup>7)</sup> Da es uns für die Erörterung der Prognosetauglichkeit von lead-lag-Beziehungen nur auf den sachlich-ökonomischen Aspekt ankommt, wird in diesem Abschnitt darauf verzichtet, eine Störvariable zur Charakterisierung der nicht berücksichtigten Einflußgrößen anzuführen. Sie wird erst beim Übergang vom wirtschaftstheoretischen zum ökonometrischen Modell im Abschnitt 2 eingeführt.

<sup>8)</sup> Strenggenommen müßte die n-Kurve für den Rest der Branche definiert werden und nicht für den Durchschnitt. Denn ein Knick in der v-Kurve impliziert ceteris paribus auch einen Knick in der n-Kurve zum gleichen Zeitpunkt. Wegen der strengen Kriterien für die Auswahl der Vorläuferreihen bezüglich ihres Anteils an der durchschnittlichen Produktivität kann dieses Problem aber vernachlässigt werden (vgl. den Abschnitt „Auswahl des leaders“ und die empirischen Abschnitte).

<sup>9)</sup> Vgl. dazu den Abschnitt „Auswahl des leaders“.

## II. Zur Methode intrasektoraler Analogieprognosen

### 1. Begriff und Prognosetauglichkeit von lead-lag-Beziehungen

Von einer lead-lag-Beziehung zwischen zwei Produktivitätsreihen  $v$  („Vorläufer“) und  $n$  („Nachläufer“) wird im allgemeinen gesprochen, wenn die Nachläuferreihe in bestimmter Weise mit einer bestimmten zeitlichen Verzögerung der Vorläuferreihe folgt, also eine Relation

$$(1) \quad n_t = f(v_{t-\tau}) \quad t = 1, \dots, T \\ \tau > 0$$

zwischen  $v$  und  $n$  besteht. Die zeitliche Verzögerung  $\tau$  kann als *Reaktionszeit* bezeichnet werden. Von dieser zu unterscheiden ist die *Anpassungszeit*  $x$ , die angibt, nach wie vielen Zeitperioden der Nachläufer genau das Produktivitätsniveau des Vorläufers erreicht, wobei  $x \geq \tau$  sein kann<sup>6)</sup>:

$$(2) \quad n_t = v_{t-x} \quad t = 1, \dots, T \\ x > 0$$

Anpassungszeit und Reaktionszeit können als Funktionen der Zeit angesehen werden.

Im folgenden wird der Einfachheit halber von linearen Beziehungen zwischen den Variablen  $v$  und  $n$  und einer konstanten Reaktionszeit ausgegangen.

Das unserer *Ausgangshypothese entsprechende theoretische Modell* läßt sich dann — ohne Berücksichtigung der latenten Variablen<sup>7)</sup> — wie folgt formulieren:

$$(3) \quad n_t = \beta_0 + \beta_1 v_{t-\tau}$$

Dabei sind:

$v_{t-\tau}$  = Produktivitätsniveau des Vorläufers zum Zeitpunkt  $t-\tau$

$n_t$  = Produktivitätsniveau des Nachläufers zum Zeitpunkt  $t$

Nachläufer in diesem Modell ist der Durchschnitt einer Branche, da Ziel ja die Vorhersage der durchschnittlichen Produktivität der gesamten Branche ist<sup>8)</sup>.

$\beta_0$  und  $\beta_1$  werden dabei auf solche Werte beschränkt, daß Nachläufer- und Vorläuferkurve sich im Beobachtungszeitraum nicht schneiden<sup>9)</sup>.

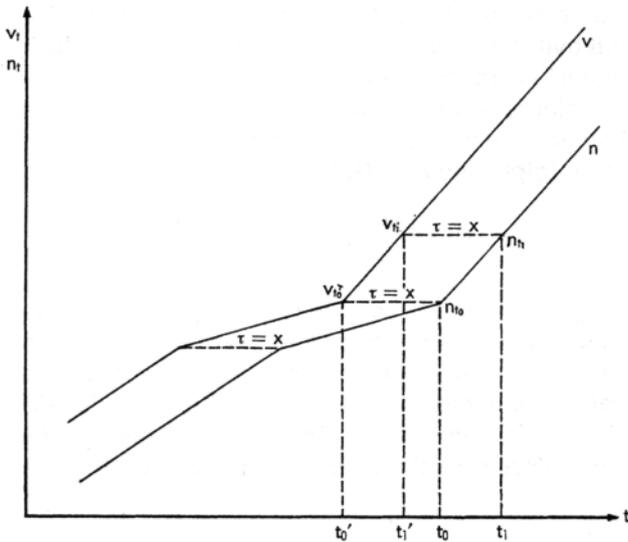
Durch bestimmte Annahmen für  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  und  $\tau$  kann man einige idealtypische lead-lag-Beziehungen zwischen  $n$  und  $v$  graphisch darstellen und anhand dieser vereinfachten Schaubilder andeuten, unter welchen Bedingungen eine indirekte Prognose von  $n$  mit Hilfe von lead-lag-Beziehungen einen Vorteil gegenüber einer direkten Trendextrapolation von  $n$  bringt.

Fall 1:

$$\beta_0 = 0; \beta_1 = 1; \tau = x$$

$$n_t = v_{t-\tau} = v_{t-x}$$

(4)



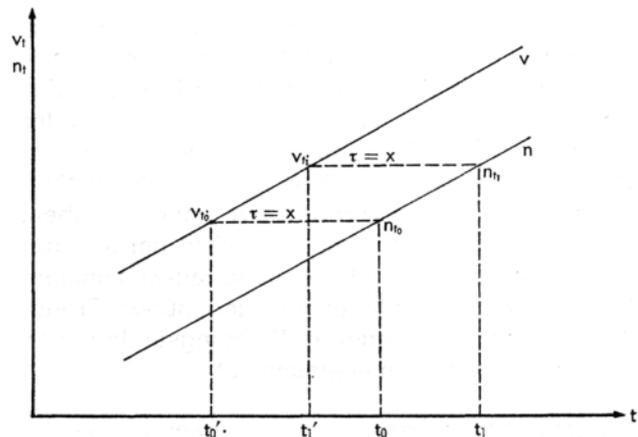
Im Fall 1 sind Reaktionszeit und Anpassungszeit konstant und einander gleich, d. h., das Produktivitätsniveau des Nachläufers z. B. zum Zeitpunkt  $t_0$  entspricht dem des Vorläufers zum Zeitpunkt  $t_0'$ , wobei  $\tau = t_0 - t_0'$  gerade gleich  $x$  ist.

Ist  $t_0'$  der Basiszeitpunkt für die Prognose, so können aufgrund dieser lead-lag-Beziehung für den Nachläufer die Produktivitätsniveaus für die Zeitpunkte  $t_0' + z$  ( $1 \leq z \leq \tau$ ) vorausgeschätzt werden. Ist  $t_1'$  der Basiszeitpunkt, so wird auch die im Zeitpunkt  $t_0$  entstehende Änderung in der Produktivitätsentwicklung von  $n$  prognostizierbar. Die Prognose des Nachläufers geht dabei wohlge-merkt von dem zum Basiszeitpunkt für den Vorläufer bekannten Produktivitätsniveau aus; eine Prognose von  $v$  ist nicht erforderlich.

Sollte jedoch der zukünftige Verlauf von  $v$  relativ zuverlässig prognostiziert werden können, verlängert sich natürlich der Prognosezeitraum entsprechend. Beispielsweise wird auch bereits zum Zeitpunkt  $t_0'$  die Strukturänderung in der Produktivitätsentwicklung von  $n$  ersichtlich, wenn man einen hinreichend genauen Schätzwert  $\hat{v}_{t_1'}$  für das Produktivitätsniveau des Vorläufers zum Zeitpunkt  $t_1'$  in die Gleichung einsetzen kann.

Nimmt man nun an, die Produktivitätskurven  $v$  und  $n$  würden bei gleichen Annahmen über den Zusammenhang zwischen  $v$  und  $n$  ( $\beta_0 = 0; \beta_1 = 1; \tau = x$ ) ihre Richtung zu keinem Zeitpunkt ändern, also im gesamten Beobachtungszeitraum parallel und linear verlaufen, so ergibt sich für diesen Spezialfall folgendes Bild:

Spezialfall von Fall 1:



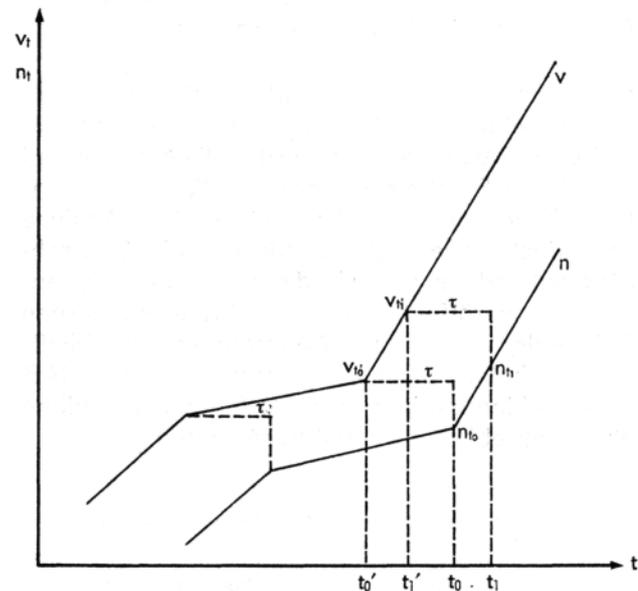
Zwar erreicht auch hier die  $n$ -Kurve ständig mit konstantem Zeitabstand  $\tau = x = t_0 - t_0' = t_1 - t_1' = \dots = t_n - t_n'$  das Niveau des Vorläufers, aber offensichtlich bringt diese lead-lag-Beziehung durch das Fehlen von Richtungsänderungen keinen Prognosevorteil gegenüber einer direkten Trendextrapolation der Produktivitätsentwicklung des Nachläufers, höchstens eine zusätzliche Absicherung.

Fall 2:

$$\beta_0 \neq 0; \beta_1 = 1; \tau \neq x$$

(5)

$$n_t = \beta_0 + v_{t-\tau}$$



Der Fall 2 unterscheidet sich vom Fall 1 dadurch, daß Reaktionszeit und Anpassungszeit nicht gleich sind und daß sich mithin die Anpassungszeit mit der Stärke des Produktivitätsanstiegs ändert. In dem Schaubild wurde dabei angenommen, daß die Reaktionszeit kleiner als die Anpassungszeit ist.

Ist  $t_0'$  der Basiszeitpunkt, so können aufgrund der lead-lag-Beziehung wiederum für den Nachläufer die Produktivitätsniveaus zu den Zeitpunkten  $t_0' + z$  ( $1 \leq z \leq \tau$ ) bestimmt werden. Ist  $t_1'$  der Basiszeitpunkt, so kann mittelbar auch die Struk-

turänderung in der Produktivitätsentwicklung von  $n$  zum Zeitpunkt  $t_0$  prognostiziert werden. Dies ist wie im allgemeinen Fall 1 natürlich auch dann möglich, wenn man im Zeitpunkt  $t_0'$  bereits relativ gesicherte Prognosewerte für den weiteren Verlauf von  $v$  hat.

Immer ist jedoch der Prognosezeitraum kürzer als im allgemeinen Fall 1, da — entsprechend der Tatsache, daß die Reaktionszeit kleiner als die Anpassungszeit ist — beim Nachläufer noch vor Erreichung des Vorläuferniveaus mit einer Richtungsänderung als Reaktion auf eine Richtungsänderung des Vorläufers gerechnet werden muß.

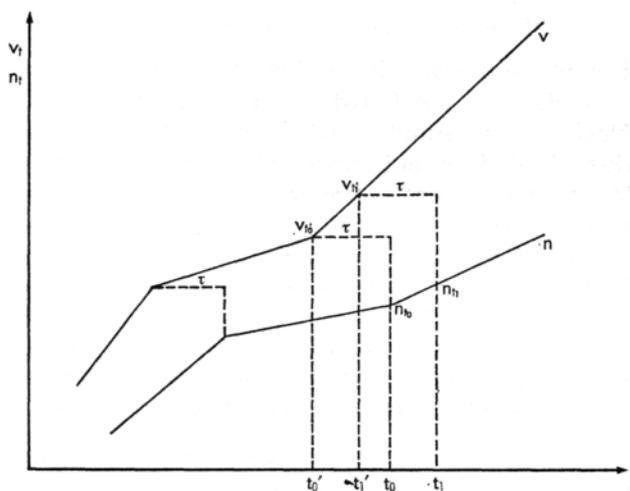
Sollten die Kurven keinerlei Richtungsänderungen aufweisen, so gilt wiederum das zum Spezialfall 1 gesagte.

Fall 3:

$$\beta_0 \neq 0; \beta_1 < 1; \tau \neq x$$

(6)

$$n_t = \beta_0 + \beta_1 v_{t-\tau}$$



Diese lead-lag-Beziehung ist im Unterschied zu Fall 2 dadurch gekennzeichnet, daß bei konstanter Reaktionszeit  $\tau$  der Anstieg von  $n$  ständig kleiner ist als derjenige von  $v$ . Wenn  $v_t$  monoton wächst, hat das zur Folge, daß die Anpassungszeit tendenziell zunimmt. Entsprechend läßt sich auch der umgekehrte Fall  $\beta_1 > 1$  denken, bei dem die Anpassungszeit tendenziell abnimmt.

Auch hier kann vom Basiszeitpunkt  $t_0'$  aus aufgrund der lead-lag-Beziehung das Produktivitätsniveau von  $n$  zum Zeitpunkt  $t_0$  vorausgeschätzt werden. Eine „Wendepunktprognose“ für  $n$  ist möglich, wenn der Basiszeitpunkt zwischen  $t_0'$  und  $t_0$  liegt (z. B.  $t_1'$ ) oder im Zeitpunkt  $t_0'$  für  $v$  Prognosewerte vorliegen (vgl. Fall 1 und 2).

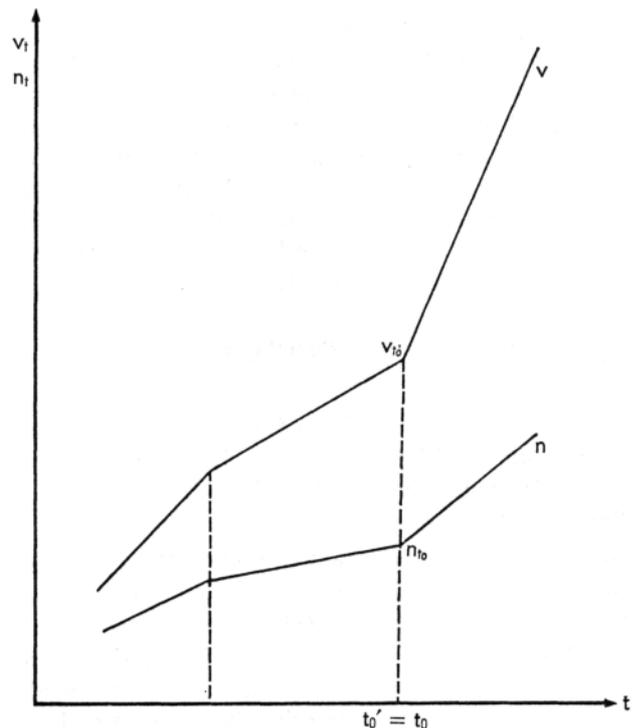
<sup>10)</sup> Zu derartigen gleichzeitigen Änderungen im Tempo des Produktivitätsfortschrittes im Gegensatz zu unserer Ausgangshypothese kann es durch Ereignisse kommen, die die Unternehmen zu tendenziell gleichem Verhalten veranlassen, wie z. B. konjunkturelle Entwicklung, Kartellabsprachen, Einführung oder Aufhebung von Sonderabschreibungen, Stilllegungspremien und andere wirtschaftspolitische Entscheidungen.

Fall 4:

$$\beta_0 \neq 0; \beta_1 \leq 1; \tau = 0 \neq x$$

(7)

$$n_t = \beta_0 + \beta_1 v_t$$



Bei diesem Fall 4 handelt es sich um einen Grenzfall einer lead-lag-Beziehung. Die Kurve  $n$  erreicht das Niveau von  $v$  zwar jeweils nach einer — in dem Schaubild tendenziell zunehmenden — Anpassungszeit. Aber es existiert keine Reaktionszeit zwischen den beiden Variablen: Vorläufer- und Nachläuferkurve ändern ihre Richtung jeweils gleichzeitig<sup>10)</sup>. Eine indirekte Prognose von  $n$  über  $v$  kann daher gegenüber einer direkten Extrapolation von  $n$  keinen Vorteil bringen, es sei denn, daß für den Vorläufer Angaben zum künftigen Produktivitätsfortschritt zuverlässiger ermittelt oder erfragt werden können als für den Nachläufer.

Prognosevorteil:

Die entscheidende Frage, ob und wann eine intrasektorale Analogieprognose der Branchenproduktivität mit Hilfe einer lead-lag-Beziehung einen Prognosevorteil gegenüber der direkten Trendextrapolation bietet, kann zusammenfassend wie folgt beantwortet werden:

- Ein genereller Prognosevorteil ist gegeben, wenn bei einer Reaktionszeit  $\tau > 0$  die Produktivitätsreihen  $v$  und  $n$  Richtungsänderungen aufweisen. Der Prognosezeitraum wird dabei durch die Reaktionszeit  $\tau$  bestimmt. Er verlängert sich, wenn für den Vorläufer  $v$  relativ zuverlässige Prognosewerte ermittelt werden können.
- Bei Fehlen von Richtungsänderungen bringt dagegen eine Analogieprognose keinen Vorteil gegenüber einer Trendextrapolation, sondern nur eine Absicherung.

— Wenn  $v$  zuverlässiger prognostiziert werden kann als  $n$ , dann ist eine intrasektorale Analogieprognose auch für den Grenzfall einer Reaktionszeit  $\tau = 0$  vorteilhaft.

Je häufiger eine Reaktionszeit  $\tau > 0$  in der Vergangenheit auch bei stärkeren Richtungsänderungen von  $v$  und  $n$  stabil geblieben ist, um so eher wird man die Annahme wagen können, daß die lead-lag-Beziehung auch Trendänderungen in der Zukunft überdauern wird. Offenbleiben kann die problematische Frage, ob und wann die Richtungsänderungen von  $v$  und  $n$  in der Vergangenheit Trendänderungen darstellen.

## 2. Schätzung von lead-lag-Beziehungen

### a) Überblick

Der Nachweis von lead-lag-Beziehungen kann mit verschiedenen Methoden versucht werden. Einige Methoden seien in den folgenden Abschnitten kurz dargestellt.

Am zweckmäßigsten scheint der *Regressionsansatz* zu sein. Mit ihm kann relativ allgemein eine lead-lag-Abhängigkeit erfaßt und auf ihre statistische Signifikanz hin überprüft werden. Die „beste“ Regressionsfunktion kann unmittelbar als Prognosefunktion verwendet bzw. in ein Prognosemodell eingefügt werden. Der Ansatz schließt eine Schar von möglichen Kurvenverläufen für die  $v$ - bzw.  $n$ -Reihe ein. Er ermöglicht, gegebenenfalls auch komplizierte Zusammenhänge zu testen.

Andere Verfahren sind die „*graphische Methode*“, d. h. die Ermittlung der Zeitabstände anhand von Schaubildern, und die „*Divisionsmethode*“. Diese beiden Methoden sind jedoch „naiver“ als der Regressionsansatz und/oder nur auf spezielle lead-lag-Fälle zugeschnitten.

### b) Regressionsansatz

#### *α) Ökonometrisches Ausgangsmodell*

Die in Gleichung (3) unterstellte funktionale Abhängigkeit zwischen  $n$  und  $v$  ist in der Realität allenfalls „stochastisch gestört“ zu beobachten. Diese Störungen werden von den im Modell nicht explizit angeführten exogenen Variablen verursacht. Sie werden zusammengefaßt zu einem Störglied  $u_t$ , welches den Einfluß dieser zahlreichen Variablen auf die endogene Variable  $n_t$  mißt und den funktionalen Zusammenhang (3) additiv überlagert. Das unserer Ausgangshypothese entsprechende ökonometrische Modell lautet demnach:

$$(8) \quad n_t = \beta_0 + \beta_1 v_{t-\tau} + u_t$$

Dabei werden für das Störglied  $u_t$  folgende Annahmen getroffen (wobei  $E$ : = Erwartungswert,  $q$ : = Autokorrelationskoeffizient der Störvariablen,  $\sigma_u$ : = Standardabweichung der Störvariablen):

$$(A 1) \quad E(u_t) = 0 \text{ für alle } t = \tau, \dots, T$$

d. h. der Erwartungswert des Störgliedes ist Null und unabhängig von der exogenen Variablen  $v$ .

$$(A 2) \quad E(u_t^2) = \sigma_u^2 < \infty \text{ für alle } t = \tau, \dots, T$$

d. h. die Störvariable besitzt eine endliche Varianz, die sowohl von  $v$  als auch von  $t$  unabhängig ist (Homoskedastizität).

$$(A 3) \quad E(u_t \cdot u_{t-s}) = \begin{cases} q \cdot \sigma_u^2 & \text{für } s = 1 \\ \sigma_u^2 & \text{für } s = 0 \\ 0 & \text{für } s > 1 \end{cases}$$

d. h. das Störglied unterliegt einem autoregressiven Prozeß erster Ordnung.

Ist  $q = 0$ , liegt also keine Autokorrelation vor, so liefert die Methode der kleinsten Quadrate erwartungstreue, konsistente und effiziente Parameterschätzwerte.

#### *β) Transformation in erste Differenzen*

Bei intrasektoralen Zeitreihen des Produktivitätsverlaufs wird die Entwicklung der Zeitreihe des Nachläufers vermutlich häufig nicht allein von der des Vorläufers abhängig sein. Weitere latente Variable könnten vorhanden sein, die dann bei einer Regressionsrechnung zu einer Autokorrelation der Residuen führen können. Ferner pflegen Zeitreihendaten der Produktivitätsentwicklung stark trendbehaftet zu sein, wodurch die Kriterien für die Güte der Anpassung der Regressionsgeraden an die Beobachtungswerte (z. B. der Korrelationskoeffizient) an Aussagekraft einbüßen.

In der ökonometrischen Praxis werden zur näherungsweise Trendbereinigung und zur Verringerung der Autokorrelation die Regressionsgleichungen der Ursprungswerte oft durch Differenzgleichungen, und zwar zunächst durch Gleichungen erster Differenzen, ersetzt.

Subtrahiert man dementsprechend von (8) die gleiche Regressionsbeziehung der Vorperiode ( $t-1$ ), so erhält man:

$$(9) \quad \Delta n_t = \beta_1 \cdot \Delta v_{t-\tau} + \Delta u_t$$

Es ist zu beachten, daß das Absolutglied  $\beta_0$  durch die Differenzbildung wegfällt.

#### *γ) Erweiterung des Modells*

Man kann bezweifeln, ob die Annahme für die Realität zutreffend ist, daß die Entwicklung der durchschnittlichen Produktivität einer Branche wie in unserem Ausgangsmodell (8) im wesentlichen nur durch die Produktivitätsentwicklung des Vorläufers „erklärt“ werden kann und die Reststreuung gering und zufallsbestimmt ist. In der Wirklichkeit wird man vielleicht mit komplizierteren Zusammenhängen rechnen müssen.

Da die Produktivitätskurven im Zeitablauf einen mehr oder weniger starken Trend aufweisen, kann man in erster Annäherung zur expliziten Berücksichtigung eines weiteren systematischen Einflusses einen Trend als zusätzliche exogene Variable in das Ausgangsmodell (8) einführen:

$$(10) \quad n_t = \beta_0 + \beta_1 v_{t-\tau} + \beta_2 \cdot t + w_t$$

Das Glied  $w_t$  ist dabei wiederum eine Störvariable. Die Annahmen (A 1) bis (A 3) gelten entsprechend.

Das Trendglied in (10) bedeutet also mit anderen Worten, daß der Verlauf von  $n$  nicht nur zeitlich verzögert von  $v$ , sondern noch von anderen Bestimmungsfaktoren systematisch beeinflußt wird, die jedoch nur als Trendgröße erfaßt sind<sup>11)</sup>.

Transformiert man (10) ebenfalls in erste Differenzen, so erhält man folgende Differenzgleichung:

$$(11) \quad \Delta n_t = \beta_2 + \beta_1 \cdot \Delta v_{t-\tau} + \Delta w_t$$

Diese Differenzgleichung würde man auch erhalten, wenn man den üblichen linearen Einfach-Regressionsansatz unmittelbar auf Differenzen anwendet. Der Konstanten in der Differenzen-

<sup>11)</sup> Bei einer Erweiterung des Modells um zusätzliche Variable tritt grundsätzlich die Gefahr der Kollinearität und damit unsicherer oder gar nicht mehr identifizierbarer Parameter auf, vor allem bei Regressionen mit Ursprungswerten, die stark trendbehaftet sind. Unterstellt man, daß die Interkorrelation zwischen den erklärenden Variablen in der Zukunft die gleiche bleibt wie in der Vergangenheit, so könnte man mit derartigen multiplen Regressionsgleichungen aber trotz Kollinearität durchaus prognostizieren. Bei der Einführung einer  $t$ -Variablen als zusätzliche Variable braucht man nach Gollnick aber nicht statistisch ungesichertere Parameter zu erwarten, da dieser Ansatz auf eine Regression der Trendabweichungen hinausläuft. (Vgl. Heinz Gollnick: Einführung in die Ökonometrie, Stuttgart 1968, S. 126 f. und S. 284 f.)

<sup>12)</sup> Zur „Entzerrung“ ergeben sich für den Fall einer linearen Einfach-Regression — wie in Gleichung (11) — folgende Formeln:

$$\hat{\sigma}_{\beta_2}(\text{„entzerrt“}) = \sqrt{\frac{1+\hat{q}}{1-\hat{q}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{T-2} \sum_{t=1}^{T-1} \hat{q}^t (1+\delta^t)}} \cdot \hat{\sigma}_{\beta_2}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta_1}(\text{„entzerrt“}) = \sqrt{\frac{1+\hat{q} \cdot \delta}{1-\hat{q} \cdot \delta} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{T-2} \sum_{t=1}^{T-1} \hat{q}^t (1+\delta^t)}} \cdot \hat{\sigma}_{\beta_1}$$

Dabei ist  $\delta$  der Autoregressionskoeffizient ersten Grades der erklärenden Reihe.

<sup>13)</sup> Bei der vorliegenden Untersuchung wird die „Durbin-Watson-Testvariable“ verwendet. Sie ist wie folgt definiert: (Vgl. H. Gollnick, a. a. O., S. 70.)

$$d = \frac{\sum_{t=\tau+1}^T (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=\tau}^T \hat{u}_t^2} \quad , \text{ dabei sind die Residuen } \hat{u}_t \text{ die Differenz zwischen } n_t \text{ und den Schätzwerten } n_t.$$

Ergibt sich z. B. für die Durbin-Watson-Testvariable ein Wert, der mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von z. B. 1% kleiner ist als die untere Signifikanzschwelle  $d_u$ , die man einer Durbin-Watson-Tabelle entnehmen kann, so wird die Nullhypothese (keine Autokorrelation) verworfen

gleichung entspricht der Parameter einer Trendvariablen in der Gleichung mit Ursprungswerten.

Liegt für ein bestimmtes  $\tau > 0$  ein signifikant von Null verschiedenes  $\beta_1$  vor bei gleichzeitig nicht signifikant von Null verschiedenem  $\beta_2$ , so kann dies als eine erste Bestätigung der Ausgangshypothese in Modell (8)/(9) angesehen werden. Für  $\beta_2 = 0$  würde Gleichung (11) übrigens in Gleichung (9) übergehen.

Ist dagegen auch  $\beta_2$  von Null signifikant verschieden, so deutet dies auf kompliziertere lead-lag-Beziehungen im Sinne des erweiterten Modells (10)/(11) hin.

Weitere Modifizierungen des Ausgangsmodells sind denkbar, etwa durch Einbau weiterer erklärender Variablen oder durch Wahl eines anderen — z. B. nicht-linearen — Funktionstyps. Sie sollen hier jedoch nicht weiter behandelt werden. Welches Modell der Wirklichkeit am nächsten kommt und für prognostische Zwecke geeignet ist, müssen empirische Untersuchungen erweisen.

#### δ) Berücksichtigung von Autokorrelation

Eine inkorrekte Spezifizierung des Modells durch im Ansatz nicht berücksichtigte Variable (Problem der Vollständigkeit des Modells) und/oder durch Wahl eines unangemessenen Funktionstyps (Problem der angemessenen Kurvenform) kann u. a. zu Reihenkorrelationen in den Störgliedern führen. Darüber hinaus können die Residuen auch unabhängig von den zur Erklärung herangezogenen Variablen autokorreliert sein, wenn die Gesamtheit der unwesentlichen, nicht berücksichtigten latenten Variablen dynamische Interdependenzen aufweist.

Besteht Autokorrelation, so sind zwar nicht die Parameter selbst, wohl aber ihre Standardfehler verzerrt, und zwar werden sie bei positiver Autokorrelation grundsätzlich unterschätzt. Daher ist für den Signifikanztest der Parameter zuvor eine „Entzerrung“ ihrer Standardfehler vorzunehmen<sup>12)</sup>.

Gemessen werden kann das Vorhandensein von Autokorrelation wie üblich mit Hilfe des „von Neumann-Koeffizienten“ oder der „Durbin-Watson-Testvariablen“  $d$ <sup>13)</sup>.

Bei Vorliegen von Autokorrelation wird häufig vereinfachend angenommen, die Störvariablen genügen der folgenden linearen autoregressiven Beziehung erster Ordnung:

$$(12) \quad u_t = q \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \text{ bzw. } w_t = q \cdot w_{t-1} + \varepsilon'_t$$

In (12) ist der Autokorrelationskoeffizient  $|q| \leq 1$  und  $\varepsilon$  eine Zufallsvariable, für die folgende Annahmen getroffen werden:

$$(A 1)' \quad E(\varepsilon_t) = 0$$

$$(A 2)' \quad E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2 < \infty$$

(A 3)'  $E(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t'}) = 0$  für  $t \neq t'$ , d. h. die Störvariablen  $\varepsilon_t$  sind reihenweise unkorreliert.

Entsprechendes gilt für  $\varepsilon'_t$ .

Zur Ausschaltung der Autokorrelation kann man dann sämtliche Variablen der ökonomischen Ausgangsgleichung (8) wie folgt transformieren:

$$(13) \quad \begin{aligned} n_t^* &= n_t - \hat{q}n_{t-1} \\ v_{t-\tau}^* &= v_{t-\tau} - \hat{q}v_{t-\tau-1} \end{aligned}$$

Die Schätzwerte für den Autokorrelationskoeffizienten  $\hat{q}$  der Restschwankungen erhält man über die Formel:

$$(14) \quad \hat{q} = \frac{\sum_{t=\tau+1}^T (\hat{u}_{t-1} \cdot \hat{u}_t)}{\sum_{t=\tau+1}^T \hat{u}_{t-1}^2}$$

wobei die Residuen  $\hat{u}_t$  die Differenzen zwischen  $n_t$  und den Schätzwerten  $\hat{n}_t$  sind.

Somit ergibt sich mittels (12) die eine Autokorrelation berücksichtigende Regressionsbeziehung

$$(15) \quad n_t^* = \beta_0(1-\hat{q}) + \beta_1 v_{t-\tau}^* + \varepsilon_t$$

Dabei sind  $\varepsilon_t$  nach (A 2)' und (A 3)' homoskedastisch und nicht autokorreliert, so daß sich für diese transformierte Regression wieder erwartungstreue, konsistente und effiziente Kleinst-Quadrat-Schätzungen für die Parameter  $\beta_0$  und  $\beta_1$  errechnen lassen.

Ist  $\hat{q} = 1$ , liegt also sehr hohe Autokorrelation vor, so geht (15) in die Differenzgleichung (9) über.

Für die eine Trendvariable enthaltende Beziehung (10) lautet der entsprechende die Autokorrelation berücksichtigende Regressionsansatz:

$$(16) \quad n_t^* = \beta_0(1-\hat{q}) + \beta_1 v_{t-\tau}^* + \beta_2 \cdot t^* + \varepsilon'_t$$

wobei

$$\begin{aligned} n_t^* &= n_t - \hat{q}n_{t-1} \\ v_{t-\tau}^* &= v_{t-\tau} - \hat{q}v_{t-\tau-1} \\ t^* &= t - \hat{q}(t-1) \\ \hat{q} &= \frac{\sum_{t=\tau+1}^T (\hat{w}_{t-1} \cdot \hat{w}_t)}{\sum_{t=\tau+1}^T \hat{w}_{t-1}^2} \end{aligned}$$

Die dem erweiterten und durch Berücksichtigung der Autokorrelation modifizierten Modellansatz (16) entsprechende Prognoseform lautet:

$$(17) \quad \begin{aligned} \hat{n}_t &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 v_{t-\tau} + \hat{\beta}_2 t \\ &+ \hat{q} \left[ n_{t-1} - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 v_{t-\tau-1} + \hat{\beta}_2(t-1)) \right] \end{aligned}$$

Bei einem Autokorrelationskoeffizienten  $\hat{q} = 1$  geht (16) in die Differenzgleichung (11) über.

Unterliegen die Residuen der Ursprungsgleichungen (8) und (10) einem autoregressiven Prozeß erster Ordnung, so sind die modifizierten Gleichungen (15) und (16) sowie bei  $\hat{q} \approx 1$  auch die Differenzgleichungen (9) und (11) frei von Autokorrelation.

Sollten auch die Differenzgleichungen Autokorrelation aufweisen, so kann man versuchen, diese in gleicher Weise wie bei den Ursprungsgleichungen zu verringern oder auszuschalten.

Für die — dem erweiterten Modellansatz entsprechende — Differenzgleichung (11) z. B. lautet dann die — Autokorrelation berücksichtigende — Regressionsgleichung:

$$(18) \quad \Delta n_t^* = \beta_2(1-\hat{q}) + \beta_1 \Delta v_{t-\tau}^* + \Delta \varepsilon'_t$$

$$\text{wobei: } \Delta n_t^* = \Delta n_t - \hat{q} \Delta n_{t-1}$$

$$\Delta v_{t-\tau}^* = \Delta v_{t-\tau} - \hat{q} \Delta v_{t-\tau-1}$$

$$\hat{q} = \frac{\sum_{t=\tau+1}^T (\Delta \hat{w}_{t-1} \cdot \Delta \hat{w}_t)}{\sum_{t=\tau+1}^T \Delta \hat{w}_{t-1}^2}$$

Als Prognoseform ergibt sich:

$$(19) \quad \begin{aligned} \Delta \hat{n}_t &= \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_1 \cdot \Delta v_{t-\tau} \\ &+ \hat{q} \left[ \Delta n_{t-1} - (\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_1 \cdot \Delta v_{t-\tau-1}) \right] \end{aligned}$$

### c) Graphische Methode

Ein im Vergleich zum Regressionsansatz „naives“ Verfahren ist die graphische Methode. Mit ihr lassen sich aber Fälle erkennen, in denen anders als in den bisherigen Regressionsgleichungen auch die Reaktionszeit  $\tau$  nicht konstant ist.

Eine graphische Darstellung der Ursprungswerte oder der Veränderungen zweier auf eine lead-lag-Beziehung hin zu untersuchenden Zeitreihen hat außerdem den Vorteil, daß oft bereits auf einen Blick deutlich wird, ob zwischen diesen beiden Zeitreihen eine ausgeprägte lead-lag-Beziehung vorliegt.

Ferner erleichtert die graphische Darstellung, übersichtlich bestimmte lead-lag-Formen zu ermitteln, zumal bei der graphischen Darstellung aus zwei diskreten Zeitreihen durch graphische Interpolation zwei quasi-kontinuierliche Kurvenzüge werden. Allerdings sollte man die Vereinfachung und Fehlerquelle, die die in der Regel lineare Interpolation bedeutet, bei der späteren Interpretation nicht vergessen.

Die graphische Kurvendarstellung der Beobachtungswerte erlaubt es, zu jedem Beobachtungsniveau des Vorläufers unmittelbar den Zeitabstand  $x$  abzulesen, den der Nachläufer braucht, um das Vergleichsniveau des Vorläufers zu erreichen. Für die so ermittelten Zeitabstände kann dann gegebenenfalls eine Trendfunktion  $x = g(t)$  berechnet werden.

Gemessen wird also die Anpassungszeit  $x$ , wobei diese durch die Interpolation von den vollen Periodeneinheiten der Beobachtungswerte abweichen kann. Lassen nun die Beobachtungsreihen starke Schwankungen oder offensichtliche Trendänderungen erkennen und bleibt trotzdem die Anpassungszeit konstant oder entwickelt sich regelmäßig, so kann man vermuten, daß Anpassungszeit und Reaktionszeit gleich sind und somit der oben angeführte Fall 1 oder ein entsprechender Fall mit  $x = \tau = g(t)$  für eine lead-lag-Prognose vorliegt.

Prinzipiell könnte man auch unmittelbar die Reaktionszeit  $\tau$  für jeweils gleiche Veränderungen (gleiche Steigungen der Ursprungskurven) auf entsprechende Weise über eine graphische Darstellung der Veränderungen der Ursprungswerte überschlägig bestimmen. Die Reaktionszeit könnte dabei als eine Konstante oder als in der Zeit regelmäßig zu- oder abnehmend, also allgemein als eine Funktion der Zeit ermittelt werden. Jedoch dürfte es öfters problematisch werden, die Veränderungen des Nachläufers gleichen Veränderungen des Vorläufers eindeutig zuzuordnen, da bei (interpolierten) Kurvenzügen von Veränderungen — im Gegensatz zu Kurvenzügen von trendbehafteten Niveauwerten — viele Werte mehrmals im Zeitablauf auftreten werden.

#### d) Divisionsmethode

Bei diesem einfachen Weg werden die Beobachtungswerte der Nachläuferreihe oder ihre Veränderungen durch die entsprechenden Werte der Vorläuferreihe dividiert, wobei die Werte der Vorläuferreihe jeweils fortlaufend um eine volle Periodeneinheit zeitverschoben werden. Für den Zeitabstand, bei dem der Nachläufer den gleichen Produktivitätsstand erreicht oder die gleiche Produktivitätsänderung aufweist wie der Vorläufer, ist der Quotient naturgemäß 1.

Wenn bei einer bestimmten zeitlichen Verschiebung der Vorläuferreihe gegenüber der Nachläuferreihe die Quotientenwerte der Ursprungswerte oder der Steigungen jeweils nur geringfügig um den Wert 1 schwanken, so ist demnach eine konstante Anpassungszeit wie im Fall 1 und/oder eine konstante Reaktionszeit wie in den Fällen 1 und 2 zu vermuten. Erfasst werden also Parallelfälle mit  $x = \tau$  oder  $x \neq \tau$ .

### 3. Auswahl des „leaders“

Als Vorläufer bzw. „leader“ für die Produktivitätsentwicklung einer Branche kommen prinzipiell ein einzelnes Unternehmen (bzw. ein einzelner Betrieb, fachlicher Unternehmensteil usw.) oder eine Gruppe von Unternehmen in Frage, die folgende Bedingungen erfüllen:

- Die Produktivitätsentwicklung muß überdurchschnittlich sein.
- Der Marktanteil darf nicht so beachtlich sein, daß der „leader“ selbst bereits in der gleichen Periode die Produktivitätszahl der gesamten Branche weitgehend bestimmt.

Damit prognostische Analogieschlüsse möglich sind, ist außerdem erforderlich:

- Die Produktivitätsentwicklung der Vorläuferzeitreihe muß — abgesehen vom Zeitvorsprung — typisch für den Durchschnitt der Branche sein.

Letzteres ist in der Regel nur dann zu erwarten, wenn das Produktionsprogramm des „leaders“ als weitgehend repräsentativ für die gesamte Branche gelten kann und wenn die Firmenpolitik, insbesondere die Verkaufs- und Investitionspolitik, nicht zu viele Besonderheiten und Schwankungen aufweist. (Denkbar ist allerdings auch, daß eine Firma mit „Spezialprodukten“, die aber eine „Schlüsselfunktion“ haben, ein Frühindikator für die Produktivitätsentwicklung der gesamten Branche sein kann.)

Ein *einziges* Unternehmen dürfte im allgemeinen — insbesondere bei Branchen mit heterogenem Produktionsprogramm — die genannten Anforderungen nicht alle zugleich erfüllen, so daß es zumindest nicht ständig als Indikator für die Einführung einer neuen Technologie in der Branche herangezogen werden kann. So kann das Unternehmen mit der höchsten Produktivität eine untypische Entwicklung aufweisen, weil das Produktionsprogramm zu sehr spezialisiert ist, was wiederum vielleicht gerade der Grund für den großen Produktivitätsvorsprung ist. Bei anderen Unternehmen mit überdurchschnittlicher Produktivität wird das Produktionsprogramm möglicherweise erst bei zu großem Marktanteil repräsentativ für die gesamte Branche. Ferner braucht z. B. allein schon von den Investitionen her ein Produktivitätsvorsprung nicht bestehen zu bleiben. Für die Planung, Einführung und Finanzierung neuer Techniken und Organisationen wird ja Zeit benötigt. Außerdem sollen sich installierte Anlagen normalerweise auch amortisieren. Ein heute in der Produktivität führendes Unternehmen kann daher in einigen Jahren Durchschnitt sein und umgekehrt.

Um einen produktivitätsbestimmenden lead-lag-Zusammenhang zwischen dem Zeitpunkt der erstmaligen Einführung einer neuen Technologie und

dem Zeitpunkt Ihrer allgemeinen Verbreitung in der Branche zu erfassen, wird man demzufolge als „leader“ in jeder Periode etwa das *jeweils* beste oder *jeweils* zweitbeste Unternehmen (bzw. Betrieb) usw. auswählen müssen und mithin einen Wechsel in der Zusammensetzung der Vorläuferzeitreihe zulassen müssen. Den Austausch zu begrenzen erscheint dabei nicht erforderlich, da extreme kurzfristige Schwankungen in der Produktivitätsrangfolge in der Wirklichkeit wohl kaum vorkommen. Es ist unwahrscheinlich, daß z. B. eine heute moderne Anlage bereits im nächsten Jahr restlos veraltet oder ein heute führendes „Management“ bereits morgen völlig „überholt“ ist. Außerdem wären Grenzen nur willkürlich festzulegen.

Sollten firmenspezifische Eigenheiten und Zufälligkeiten bei einzelnen Betrieben oder Unternehmen zu sehr durchschlagen, dürfte vorzuziehen sein, als „leader“ eine — einerseits nicht zu kleine, andererseits jedoch auch nicht zu große—Gruppe von Unternehmen (bzw. Betrieben) auszuwählen, wobei in jeder Periode andere Unternehmen zu der „leader“-Gruppe gehören können, da es hier ja nur auf eine statistische Beziehung ankommt.

Es bietet sich also folgendes Vorgehen an:

1. Ermittlung der Produktivität je Unternehmen oder Betrieb einer Branche für eine möglichst lange Zeit;
2. Aufstellung einer Rangordnung der Unternehmen bzw. Betriebe nach ihrer jeweiligen Produktivitätshöhe für jede Periodeneinheit;

<sup>14)</sup> Industry Productivity Projections. A Methodological Study. U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics, Washington 1966.

<sup>15)</sup> Ebenda S. 1.

<sup>16)</sup> Ebenda S. 3.

<sup>17)</sup> Hierbei handelt es sich um folgende Branchen:

Standard Industrial Classification Nr.	Bezeichnung der Branche
2092	Soybean oil mills
2271	Woven carpets and rugs
2272	Tufted carpets and rugs
2822	Synthetic rubber
2823	Cellulosic manmade fibers
2824	Organic fibers, noncellulosic
2911	Petroleum refining
3011	Tires
3241	Hydraulic cement
3312	Blast furnaces and steel mills
3313	Electrometallurgical products
3315	Steel wire drawing
3322	Malleable iron foundries
3323	Steel foundries
3331	Primary copper
3332	Primary lead
3333	Primary zinc
3334	Primary aluminum
3351	Copper rolling and drawing
3352	Aluminum rolling and drawing
3362	Brass, bronze, copper castings
3391	Iron and steel forgings
3392	Nonferrous forgings
3519	Internal combustion engines
3612	Transformers

<sup>18)</sup> Welche es sind, ist aus der Studie nicht ersichtlich.

3. Zusammenfassung der so geordneten Unternehmen bzw. Betriebe in etwa gleichgewichtige Gruppen, deren Anzahl — natürlich jeweils für den Gesamtzeitraum — alternativ festgelegt werden kann;
4. Prüfung, ob sich für eine Gruppe mit überdurchschnittlicher Produktivität oder für das jeweils beste oder zweitbeste Unternehmen (bzw. Betrieb) usw. eine prognosetaugliche lead-lag-Beziehung zur Gesamtheit der Branche nachweisen läßt.

### III. Empirische intrasektorale Produktivitätsvergleiche 1. Die Studie des „Bureau of Labor Statistics“, USA

#### a) Ziel und Stellenwert

Das Bureau of Labor Statistics des U.S. Department of Labor hat 1966 in einer methodischen Studie<sup>14)</sup> für die „National Commission on Technology Automation and Economic Progress“ die Möglichkeit von Produktivitätsprognosen mit Hilfe intrasektoraler lead-lag-Zusammenhänge untersucht.

Das Ziel wird vom Bureau wie folgt umrissen: „*This is a methodological study designed to explore whether plants with high-productivity levels (i. e., technologically advanced plants) can serve as a guide, to projecting future productivity increases of an industry. For each industry in this pilot study, data for establishments with aboveaverage productivity levels are analyzed to ascertain whether these plants can be used as estimators of the rate and timing of future productivity change for the industry as a whole. In effect, an early warning System is desired to detect future productivity changes.*“<sup>15)</sup>

über den Stellenwert der Methode schreibt das Bureau zusammenfassend:

„*This method, then, does not necessarily replace the simple trend projection of industry productivity. It can serve as a supplementary approach to the familiar trend method, perhaps serving to indicate significant changes in longrun productivity trends.*“<sup>16)</sup>

Außerdem wurde in der Studie analysiert, wie die Produktivität innerhalb der Branchen streut und wie sich die Produktivitätsunterschiede im Zeitablauf entwickeln. Hierauf soll jedoch im Rahmen dieses Aufsatzes nicht näher eingegangen werden.

#### b) Quellen und Methode

Statistische Grundlage der Studie bildeten Daten für die „establishments“ von 25 Industriezweigen<sup>17)</sup> aus dem „Time Series Project“ des „Bureau of the Census“. Die Daten lagen für alle 25 Branchen für die Jahre von 1954—1961 vor, für 15 dieser Branchen außerdem von 1947—1961. Aus Geheimhaltungs-, statistischen und methodischen Gründen mußte die Untersuchung jedoch für die Periode 1954—1961 auf 17 und für die Periode 1947—1961 auf 9 Branchen beschränkt werden<sup>18)</sup>. Wegen Zeitmangels gingen schließlich in die lag-Analyse nur die Werte für die Jahre 1947, 1954 und 1961 ein.

Für diese Stichjahre wurden die „establishments“ jeder Branche zunächst jeweils nach ihrer Produktivitätshöhe geordnet. Dabei diente als Produktivitätsmaß der reale Bruttowert je Produktionsarbeiterstunde. Dann wurden für jede Branche die geordneten „establishments“ so in Gruppen unterschiedlicher Produktivitätshöhe eingeteilt, daß der Anteil jeder Gruppe an der Wertschöpfung der gesamten Branche etwa gleich groß war<sup>19)</sup>. Und zwar wurde für Industriezweige mit 20 und mehr „establishments“ eine Zehnergruppierung (decile) und für die übrigen Zweige eine Fünfergruppierung (quintile) gewählt<sup>20)</sup>.

Der Produktivitätsverlauf der beiden besten Gruppen wurde jeweils mit dem des Branchendurchschnitts verglichen, indem der in einer Branche 1954 und 1961 im Durchschnitt erreichte spezifische Arbeitseinsatz, die „unit labor requirements“, abgekürzt mit ULR (gemessen als unit man-hours<sup>21)</sup>), jeweils durch den spezifischen Arbeitseinsatz der erstbesten (decile 1 bzw. quintile 1) und zweitbesten Gruppe (decile 2 bzw. quintile 2) dividiert wurde, die diese zu Anfang der Beobachtungszeit aufwies.

**Tabelle 1: Ratio of Industry Unit Man-Hours at Time t to Best Plant Unit Man-Hours at Time t — 7**

Industry	1947 ranking	1954 ranking	1947 ranking	1954 ranking
	Industry ULR, 1954	Industry ULR, 1961	Industry ULR, 1954	Industry ULR, 1961
	Decile 1 ULR, 1947	Decile 1 ULR, 1954	Quintile 1 ULR, 1947	Quintile 1 ULR, 1954
1	—	—	1,00*	0,69
2	—	—	1,37	1,31
3	—	—	1,00	1,25
4	1,38	1,20	—	—
5	1,39	1,27	—	—
6	1,32	1,41	—	—
7	—	1,70	—	—
8	—	—	—	1,18
9	—	1,71	—	—
10	—	1,45	—	—
11	—	—	2,20	1,92
12	—	—	0,84	0,94*
13	—	—	—	0,78
14	—	3,14	—	—
15	—	1,73	—	—
16	—	1,49	—	—
17	1,32	1,24	—	—

\* Decile 2 divided by industry average ULR.

<sup>19)</sup> Vgl. Abschnitt „Zur Auswahl des leaders“.

<sup>20)</sup> Für die Zehnergruppierung wurde eine Schwankung des Anteils von 6—19 %, für die Fünfergruppierung von 11—39 % toleriert.

### c) Ergebnisse

Die Ergebnisse der Berechnungen hat das Bureau of Labor Statistics in zwei Tabellen zusammengestellt (Tabellen 1 und 2)<sup>22)</sup>.

Das Bureau schließt daraus, daß

- offenbar in einigen Industriezweigen ein 7-Jahres-lag zwischen den führenden *establishments* und dem Durchschnitt der Branche besteht,
- die Einteilung in 10 Gruppen bessere Ergebnisse liefert als die Fünfergruppierung,
- die zweitbeste Gruppe eher als „leader“ für den Durchschnitt der Branche in Frage kommt als die in der Produktivität beste Gruppe.

Es betont aber, daß es ein „Hasardspiel“ wäre, bereits auf der Basis von maximal zwei Beobachtungen diese lead-lag-Beziehungen in die Zukunft zu projizieren. Weitere, eingehendere Untersuchungen müßten sich anschließen.

### d) Beurteilung

Das Vorgehen des Bureau of Labor Statistics kann, wenn man sich die methodischen Ausführ-

**Tabelle 2: Ratio of Industry Unit Man-Hours at Time t to Second-Best Plant Unit Man-Hours at Time t — 7**

Industry	1947 ranking	1954 ranking	1947 ranking	1954 ranking
	Industry ULR, 1954	Industry ULR, 1961	Industry ULR, 1954	Industry ULR, 1961
	Decile 2 ULR, 1947	Decile 2 ULR, 1954	Quintile 2 ULR, 1947	Quintile 2 ULR, 1954
1	—	—	1,00	0,56
2	—	—	1,05	1,00
3	—	—	—	0,93
4	1,00	0,92	—	—
5	1,02	1,05	—	—
6	1,03	1,04	—	—
7	—	1,16	—	—
8	—	—	—	0,80
9	—	—	—	—
10	—	1,26	—	—
11	—	—	1,50	1,39
12	—	—	0,69	0,94
13	—	—	—	0,74
14	—	1,29	—	—
15	—	—	—	—
16	—	1,19	—	—
17	1,10	1,10	—	—

Note: Dashes indicate no data or data do not meet publication criteria.

<sup>21)</sup> Produktionsarbeiterstunden je Einheit realer Bruttowert (= Kehrwert der Produktivität).

<sup>22)</sup> Industry Productivity Projections, a. a. O., S. 4.

rungen Im Abschnitt II vor Augen hält, nur als ein erstes Abtasten zur Erfassung von lead-lag-Beziehungen gewertet werden. Der benutzte Divisionsansatz ist relativ einfach und wird hier überdies nur auf die Niveaus angewandt. Abgestellt wird also von vornherein lediglich auf eine konstante Anpassungszeit  $x$ , nicht auf die für Prognosen nötige Reaktionszeit  $\tau$ . Die Zahl von maximal zwei beobachteten Anpassungszeiten ist außerdem, wie das Bureau ja selber betont, viel zu gering, um irgendwelche prognosetauglichen Regelmäßigkeiten feststellen zu können. Nirgends erwähnt wird in der Studie, daß es gerade darauf ankommt, zu prüfen, ob die lead-lag-Beziehung auch Trendänderungen überdauert, wenn die Analogieprognose eine Alternative zur Trendextrapolation sein soll.

## 2. Untersuchung der Industriezweige der Bundesrepublik Deutschland nach Beschäftigtengrößenklassen

### a) Statistisches Material

In der Bundesrepublik Deutschland veröffentlichen die statistischen Ämter keine Daten zur Produktivitätsentwicklung innerhalb der einzelnen Wirtschaftszweige, sondern nur für die Wirtschaftszweige insgesamt. Für die Industriezweige werden jedoch ab 1952 in der Regel im September eines Jahres Umsatz- und Beschäftigtenzahlen nach jeweils bis zu 12 Beschäftigtengrößenklassen erhoben<sup>23)</sup>.

Als Hilfsgröße zur Messung intrasektoraler Produktivitätsentwicklungen wurden daher für die Industriezweige die Umsätze je Beschäftigten (im folgenden auch kurz als Pro-Kopf-Umsatz bezeichnet) nach Beschäftigtengrößenklassen errechnet und preisbereinigt.

Diesem Vorgehen liegt die Annahme zugrunde, daß zwischen der Entwicklungstendenz des preisbereinigten Umsatzes je Beschäftigten und dem Verlauf der in der amtlichen Statistik für die Industriezweige insgesamt als realer Nettoproduktionswert je Beschäftigten gemessenen Arbeitsproduktivität ein enger Zusammenhang besteht, wenn man von kurzfristigen Schwankungen einmal absieht.

Preisbereinigt wurden die Umsätze der einzelnen Größenklassen einer Branche mit den jeweils für die gesamte Branche geltenden amtlichen Preisindizes für Inlands- und Auslandsabsatz, da es keine größenklassenspezifischen Preisindizes gibt. Innerhalb mancher Wirtschaftszweige dürften jedoch die Produktionsprogramme durchaus in

den einzelnen Größenklassen unterschiedlich sein. Durch die Preisbereinigung mit dem jeweiligen Gesamtindex war es aber immerhin möglich, diejenigen parallelen Richtungsänderungen der Pro-Kopf-Umsatzreihen zu eliminieren, die auf allgemeinen Änderungen des Branchenpreisniveaus beruhten und die die uns interessierenden technisch bedingten lead-lag-Beziehungen überlagern würden.

Die Kontinuität der Zeitreihen und die Vergleichbarkeit vieler Werte wird beeinträchtigt durch Umstellungen in der Systematik, fehlende Angaben aus Gründen der Geheimhaltung und die Einführung der Mehrwertsteuer im Jahre 1968. Für September 1956 und September 1962 mußten die Umsätze der einzelnen Größenklassen geschätzt werden, da für 1956 keine Umsatzwerte und für 1962 nur Jahresumsätze erhoben wurden. Viele Industriezweige werden überdies erst ab 1959 gesondert ausgewiesen.

Für die Erforschung von lead-lag-Beziehungen in der intrasektoralen Produktivitätsentwicklung weisen die Zeitreihen des Pro-Kopf-Umsatzes aber vor allem folgende Mängel auf:

- Die Größenklassen innerhalb eines Industriezweiges sind nicht nach der Höhe des Umsatzes je Beschäftigten, sondern nach der Zahl der Beschäftigten gebildet. In einer Größenklasse können also Betriebe mit sehr unterschiedlichem Pro-Kopf-Umsatz vereint sein. Positive Untersuchungsergebnisse sind aber nur dann zu erwarten, wenn die Betriebe mit den höchsten Pro-Kopf-Umsätzen regelmäßig nur in einer Größenklasse zu finden sind, die außerdem keinen zu großen „Marktanteil“ haben darf.
- Die Größenklassen haben zumeist voneinander stark abweichende Anteile am Gesamtumsatz oder der Gesamtbeschäftigtenzahl der Branche. Betriebe mit 1000 und mehr Beschäftigten sind in einer einzigen Größenklasse zusammengefaßt.
- Umsatzwerte schwanken häufig aus saisonalen und konjunkturellen Gründen ausgeprägter als die Produktion.
- Durch die Verwendung von Beschäftigtenzahlen statt Arbeitsstundenzahlen bleiben Variationen der effektiven Arbeitszeit und damit wichtige Auslastungsgesichtspunkte unberücksichtigt.
- Bei den Beschäftigtenzahlen handelt es sich um Stichtagswerte (Ende September), bei den Umsatzzahlen um Stichmonatswerte (September). Derartige Zahlen pflegen relativ stark zufälligen Schwankungen unterworfen zu sein.
- Manche Veränderungen des Pro-Kopf-Umsatzes einer Größenklasse kommen nur dadurch zustande, daß Betriebe die Größenklassen wechseln.

<sup>23)</sup> Vgl. Statistisches Bundesamt: „Betriebe, Beschäftigte und Umsatz nach Beschäftigtengrößenklassen“, ab 1961 in: Fachserie D, Industrie und Handwerk, Reihe 4, Sonderbeiträge zur Industriestatistik; vorher in: „Die Industrie der Bundesrepublik Deutschland“: Teil 1, 3. Jg. Heft 5/1952, 4. Jg. Heft 1/2/1953, 5. Jg. Heft 1/2/ 1954; Sonderhefte 12/1955, 14/1956; Reihe 1, Jg. 1958, Jg. 1959, Jahreshefte; Reihe 4, Heft 19/1957, Heft 30/1960.

## b) Methode

Zur lead-lag-Analyse wurden die Branchen ausgewählt,

- für die erstens mindestens für den Zeitraum 1954 bis 1967 relativ gut vergleichbare Zeitreihen vorlagen und
- die zweitens Größenklassen aufwiesen, deren Umsätze je Beschäftigten in fast dem gesamten Untersuchungszeitraum an 1. oder an 1. und 2. Stelle über dem Durchschnitt der Branche lagen und deren Anteil am Gesamtumsatz der Branche zugleich im Durchschnitt des Zeitraums zumindest nicht höher war als 20 %<sup>24)</sup>.

Diesen Anforderungen genügten nur die folgenden sechs Wirtschaftszweige mit den nachstehenden Größenklassen:

Industriezweig	Als „leader“ ausgewählte Größenklasse nach Anzahl der Beschäftigten	Durchschnittlicher Anteil der Größenklasse am Gesamtumsatz der Branche in %
Bekleidungsindustrie	500—999	12,7
	1000 und mehr	5,4
Ernährungsindustrie	500—999	14,2
Feinmechanische und optische Industrie	1—9	1,9
	10—49	9,3
Industrie der Steine und Erden	500—999	9,7
Kohlenbergbau	200—499	4,8
	500—999	7,9
Stahlverformung	1000 und mehr	16,4

Je Industriezweig wurden die entsprechenden Zeitreihen regressionsanalytisch auf lead-lag-Zusammenhänge hin untersucht<sup>25)</sup>. Dabei wurde als erklärende lag-Variable für den realen Pro-Kopf-Branchenumsatz sukzessive der reale Pro-Kopf-Umsatz der ausgewählten Größenklassen in der jeweils gleichen Periode bis zur jeweils 10. vorangegangenen Periode eingesetzt.

Bei den drei Industriezweigen, bei denen abwechselnd zwei Größenklassen den höchsten Pro-Kopf-Umsatz und zugleich keinen Umsatzanteil über 20 % aufwiesen, wurde alternativ die eine und die andere sowie zusätzlich auch die jeweils höchste der beiden Größenklassen als erklärende Variable herangezogen.

Als Kriterium für das Vorhandensein einer lead-lag-Beziehung diente die Signifikanz des Parameters der erklärenden lag-Variablen. Zunächst

<sup>24)</sup> Vgl. die Abschnitte über die „Auswahl des leaders“ und die amerikanische Studie.

<sup>25)</sup> Vgl. die Abschnitte über die „Schätzung von lead-lag-Beziehungen“, insbesondere II. 2. b. „Regressionsansatz“.

<sup>26)</sup> Vgl. den Abschnitt „Auswahl des leaders“.

wurde das erweiterte und in 1. Differenzen transformierte Modell (11) ( $\Delta n_t = \beta_2 + \beta_1 \Delta v_{t-\tau} + \Delta w_t$ ) unterstellt und  $\beta_1$  auf Signifikanz hin überprüft, da es nur bei einem gesicherten positiven  $\beta_1$  für ein  $\tau > 0$  nötig ist, weitere Berechnungen anzustellen. Erst dann braucht getestet zu werden, ob auch  $\beta_2$  entsprechend Modell (10)/(11) signifikant von Null abweicht oder ob es signifikant *nicht* von Null verschieden ist und damit das der Ausgangshypothese entsprechende Modell (8)/(9) vorliegt.

## c) Ergebnisse

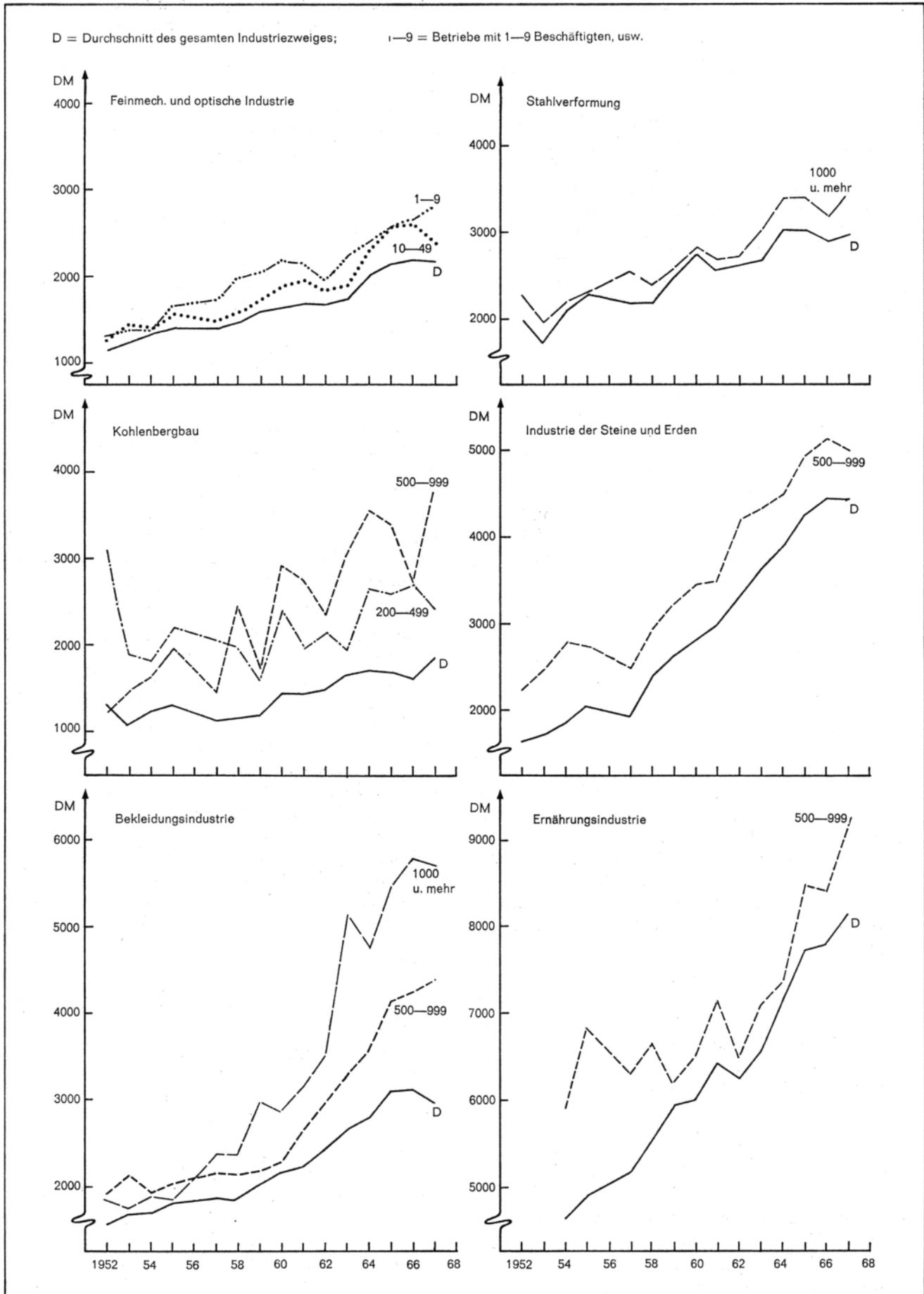
In Schaubild 1 sind für die ausgewählten Industriezweige die preisbereinigten Pro-Kopf-Umsatzreihen jeweils für den Durchschnitt der Branche und die ausgesuchten Beschäftigtengrößenklassen dargestellt. Wie das Schaubild zeigt, ändern sich die Kurven für den Branchendurchschnitt und die Größenklassen weitgehend gleichzeitig, am stärksten ausgeprägt bei der Stahlverformung und der Industrie der Steine und Erden.

Bei der Stahlverformung und bei der feinmechanischen und optischen Industrie wird der Kurvenverlauf offensichtlich generell recht beachtlich von der allgemeinen Konjunkturentwicklung in diesem Zeitraum beeinflusst. Für die relativ starken Kurvenausschläge bei den beiden Größenklassen des Kohlenbergbaus dürften dagegen wohl vor allem andere Einflüsse verantwortlich sein.

Der Anschein der häufig gleichzeitigen Richtungsänderungen bei Größenklassen und Durchschnitt — und damit das überwiegende Vorliegen des Falles 4 des theoretischen Teils — wird durch die Regressionsanalyse weitgehend bestätigt. Nur für die Periode Null errechnen sich mit 99 % gesicherte Parameter, und zwar bei 5 der 9 Größenklassen. Verringert man die Signifikanzschwelle auf 95 %, so sind die Parameter bei 8 der 9 Größenklassen für die Periode Null gesichert und nur zusätzlich bei 3 Größenklassen auch für eine zweite Periode mit einer Reaktionszeit  $\tau > 0$ . Für die feinmechanische und optische Industrie gibt es zwischen der Größenklasse mit 1—9 Beschäftigten im Gegensatz zu der mit 10—49 Beschäftigten einerseits und dem Branchendurchschnitt andererseits sogar für keine Periode gesicherte Parameter. Bei den alternativen Berechnungen mit der jeweils produktivsten Größenklasse war höchstens für die Periode Null ein gesicherter Zusammenhang feststellbar. Eine eindeutige lead-lag-Beziehung zwischen Größenklassen und Branchendurchschnitt mit einer Reaktionszeit  $\tau > 0$  kann also in keinem Fall nachgewiesen werden.

Dieses negative Ergebnis der Untersuchung nach Beschäftigtengrößenklassen ist nicht weiter überraschend, wenn man sich einerseits die im theoretischen Teil genannten Anforderungen an eine Vorläuferreihe<sup>26)</sup> und andererseits die zu Beginn dieser Analyse erwähnten Mängel der hier untersuchten Zeitreihen für eine lead-lag-Untersuchung

**Schaubild 1: Entwicklung des Umsatzes je Beschäftigten ausgewählter Industriezweige und Beschäftigtengrößenklassen 1952—1967 — in Preisen von 1962 —**



der intrasektoralen Produktivitätsentwicklung vor Augen hält. Besonders nachteilig dürfte sein, daß die Gruppen nicht nach der Höhe des Umsatzes je Beschäftigten, sondern nach der Beschäftigtenzahl gebildet, daß diese Gruppen außerdem nur unzureichend untergliedert sind und daß es sich ferner um nicht auslastungsbereinigte Zahlen handelt.

### 3. Untersuchung des Steinkohlenbergbaus im Ruhrgebiet

#### a) Statistisches Material

Durch das Entgegenkommen der Organisation „Statistik der Kohlenwirtschaft e.V.“ erhielt das IAB in verschlüsselter Form Zeitreihen zur Entwicklung der mengenmäßigen Produktionsleistung je Mann und Schicht unter Tage ab 1948 für jede einzelne Schachanlage des Steinkohlenbergbaus im Ruhrgebiet.

Diese Zeitreihen der „Schichtleistung“ der einzelnen Schachanlagen sind für eine lead-lag-Analyse der intrasektoralen Produktivitätsentwicklung aus mehreren Gründen besser geeignet als etwa die Umsatzwerte je Beschäftigten nach Beschäftigtengrößenklassen der Industriestatistik:

- Die intrasektorale Untergliederung nach einzelnen Schachanlagen ermöglicht es, die Schachanlagen nach der Höhe der Schichtleistung zu ordnen und zu gruppieren und somit in beliebiger Weise Vorläuferreihen auszuwählen. Die Vorläuferreihen können dabei so gebildet werden, daß ihr „Marktanteil“ nicht zu groß wird.
- Die Produktionsleistung wird in kg geförderter Steinkohle je Mann und Schicht unter Tage gemessen. Preisbewegungen sind damit ausgeschaltet. Wegen der großen Homogenität des Produktes spielen Qualitätsunterschiede kaum eine Rolle.
- Die Produktion wird nur auf die im Produktionsbereich unmittelbar Beschäftigten bezogen. Dadurch ist der produktionstechnische Zusammenhang besonders eng (allerdings ist ein Schluß auf die Produktivität der in der gesamten Schachanlage Beschäftigten oder auf die gesamte Branchenproduktivität nur über eine zusätzliche Rechnung möglich).

<sup>27)</sup> Zur Problematik der Bestimmung der Vorläuferzeitreihe vgl. den Abschnitt II. 3. „Auswahl des leaders“ im theoretischen Teil. Die empirischen Daten bestätigen die im theoretischen Teil aus Plausibilitätsüberlegungen heraus geäußerte Vermutung, daß in der Wirklichkeit extreme Verschiebungen in der Produktivitätsrangfolge der einzelnen Betriebe kurzfristig in aller Regel nicht auftreten. Die relative Stabilität in der Rangfolge der Schachanlagen läßt es daher auch als unnötig erscheinen, einen Wechsel in der betrieblichen Zusammensetzung der Vorläuferreihen willkürlich zu begrenzen, zumal die Zulassung eines Austausches wahrscheinlich gerade die Voraussetzung dafür ist, einen eventuellen lead-lag-Zusammenhang zwischen dem Zeitpunkt der erstmaligen Einführung einer neuen Technologie und dem Zeitpunkt ihrer allgemeinen Verbreitung in der Branche zu erfassen.

- Bei der Schichtleistung handelt es sich um ein auslastungsbereinigtes Produktivitätsmaß. Konjunkturelle und andere Absatzschwankungen mit Lagerveränderungen sowie Produktionsanpassungen durch Arbeitszeitvariation (Fehlschichten) wirken sich auf diese Produktivitätsgröße — zumindest direkt — nicht aus.
- Es liegen Jahres- bzw. Jahresdurchschnittswerte vor, so daß Saison- und/oder Zufallseinflüsse sich nicht oder wesentlich geringer bemerkbar machen als bei Stichtags- oder Stichmonatswerten.
- Die Zeitreihen sind relativ lang — sie reichen von 1948 bis zur Gegenwart — und ihre Kontinuität und Vergleichbarkeit ist nur durch eine zweimalige Änderung der Schichtdauer gestört, die sich aber leicht ausschalten läßt.

Allerdings kann man nach der Gründung der Einheitsgesellschaft „Ruhrkohle-AG“ im Jahre 1969 und insbesondere nach der daraufhin im Januar 1970 in Kraft getretenen Neugliederung des Ruhrkohlenbergbaus in sieben Bergbaugruppen nicht mehr damit rechnen, daß die Produktivitätsentwicklung der einzelnen Schachanlagen von diesem Zeitpunkt an in gleicher Weise „bestimmt“ wird wie in den Vorjahren. Für die lead-lag-Analyse wurden daher die Zeitreihen bis 1969 verwendet.

#### b) Methode

Da einzelbetriebliche Produktivitätsdaten vorlagen, kam als Vorläufer grundsätzlich jede Schachanlage oder jede Gruppe von Schachanlagen in Frage, deren Schichtleistung überdurchschnittlich war und die außerdem ein nicht zu großes Gewicht — gemessen an der Fördermenge aller Schachanlagen — besaß. Sinnvoll erschien uns, zunächst folgende acht Zeitreihen auf ihre „Vorläufer-Funktion“ gegenüber dem Durchschnitt aller Schachanlagen (= Nachläufer) zu testen<sup>27)</sup>:

Vorläufer (a): *Gruppe von Schachanlagen mit der jeweils höchsten Schichtleistung und einem Anteil an der Gesamtförderung von rd. 10%,*

Vorläufer (b): *Gruppe von Schachanlagen mit der jeweils zweithöchsten Schichtleistung und einem Anteil an der Gesamtförderung von rd. 10%,*

Vorläufer (c): *Gruppe von Schachanlagen mit der jeweils dritthöchsten Schichtleistung und einem Anteil an der Gesamtförderung von rd. 10%,*

Vorläufer (d): *die Schachanlage mit der jeweils höchsten Schichtleistung (durchschnittlicher Anteil an der Gesamtförderung rd. 1 %),*

Vorläufer (e): die drei Schachtanlagen mit der jeweils höchsten Schichtleistung (durchschnittlicher Anteil an der Gesamtförderung rd. 4 %),

Vorläufer (f):  
 Vorläufer (g):  
 Vorläufer (h):

jeweils eine Schachtanlage, die in jedem Jahr unter den produktivsten Betrieben zu finden war. Diese 3 Schachtanlagen (f), (g), (h) gehörten in jedem Jahr als einzige einer der Gruppen (a), (b) oder (c) an. (Die durchschnittlichen Anteile der 3 Schachtanlagen an der Gesamtförderung betragen 1,7 %, 1,6 % und 1,1 %.)

Die lead-lag-Analyse erfolgte — wie bei der Untersuchung der Beschäftigtengrößeklassen — mit Hilfe der Regressionsrechnung<sup>28)</sup>. Dabei wurden zunächst die Parameter der Modellgleichung (11) ( $\Delta n_t = \beta_2 + \beta_1 \Delta v_{t-\tau} + \Delta w_t$ ) geschätzt. Als „erklärende“ Variable dienten die acht ausgewählten Vorläuferzeitreihen. Diese wurden gegenüber dem Branchendurchschnitt sukzessive um bis zu 10 Perioden zeitverschoben. Kriterium für das Vorliegen einer lead-lag-Beziehung war ein signifikant positiver Schätzwert  $\hat{\beta}_1$  des zur jeweiligen Vorläufervariablen gehörenden Parameters  $\beta_1$ . Vom Ausgang des Signifikanztestes für das Absolutglied  $\hat{\beta}_2$  hing es dann ab, ob das um eine Trendvariable erweiterte Modell (10) / (11) mit  $\beta_2 \neq 0$  oder ob das der Ausgangshypothese entsprechende Modell (8) / (9) mit  $\beta_2 = 0$  vorzuziehen war.

### c) Ergebnis der lead-lag-Analyse

Die Signifikanztests für das Vorliegen einer lead-lag-Beziehung zwischen der durchschnittlichen Schichtleistung des Steinkohlenbergbaus im Ruhrgebiet und den Schichtleistungen der 8 möglichen „Vorläufer“ erbrachten folgendes Ergebnis:

Nur für den Vorläufer (d) — also für die jeweils produktivste Schachtanlage — besteht eine eindeutige lead-lag-Beziehung zum Durchschnitt. Und zwar ist der Schätzwert für den Parameter  $\beta_1$  des Vorläufers (d) nur bei der Reaktionszeit  $\tau = 4$  relativ hoch gesichert. Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt 2,5 %. Demnach pflegen die jährlichen Veränderungen der Schichtleistung der jeweils produktivsten Schachtanlage den Veränderungen der durchschnittlichen Schichtleistung aller Schachtanlagen in der Regel um vier Jahre vorauszuzeilen.

<sup>28)</sup> Vgl. die Abschnitte über die „Schätzung von lead-lag-Beziehungen“, insbesondere II. 2. b. „Regressionsansatz“.

<sup>29)</sup> Bei einer so homogenen Branche wie dem Steinkohlenbergbau ist es auch durchaus plausibel, daß die jeweils produktivste Schachtanlage die beste Vorläuferzeitreihe für die Einführung einer produktivitätssteigernden neuen Technologie in der gesamten Branche bildet.

Bei niedrigeren Signifikanzniveaus wird das „lead-lag-Bild“ zwischen den ausgewählten 8 möglichen Vorläufern und dem Durchschnitt erwartungsgemäß etwas differenzierter. An der eindeutigen „Favoritenstellung“ der Vorläuferreihe (d) ändert sich aber dadurch nichts<sup>29)</sup>. Alle weiteren lead-lag-Berechnungen erfolgten daher nur mit der Vorläuferreihe (d).

Im Schaubild 2 sind die beiden Produktivitätsreihen des Vorläufers (d) und des gesamten Steinkohlenbergbaus in ihren Ursprungswerten dargestellt. Der Vergleich beider Reihen wird zwar durch die stärkeren Schwankungen der Vorläuferreihe beeinträchtigt, dennoch kann man z. B. bei den Richtungsänderungen des Nachläufers 1958/59 und 1965/66 durchaus den berechneten lag von 4 Jahren gegenüber dem Vorläufer erkennen. Ferner zeigt das Schaubild, daß die Reaktionszeit kleiner als die Anpassungszeit ist. Wenn man sich die Vorläuferreihe um die Reaktionszeit von 4 Perioden vorverschoben denkt, wird auch besonders deutlich, daß die Steigungen der beiden Kurven im allgemeinen voneinander verschieden sind. Im Prinzip handelt es sich also um eine lead-lag-Beziehung, die dem im theoretischen Teil dargestellten idealtypischen Fall 3 entspricht.

Die Anwendung des Differenzenansatzes (11) auf diese beiden Zeitreihen — Vorläufer (d) und Durchschnitt der Branche — ergab bei einem  $\tau = 4$  folgende Schätzfunktion:

$$(19) \hat{\Delta n}_t = 97,521 + 0,196 \Delta v_{t-4}$$

(Stützzeitraum = 1948/49 — 1968/69)

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_2) = 18,800 \text{ bzw. } 53,416 \text{ entzerrt}^{30);}$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_1) = 0,051 \text{ bzw. } 0,089 \text{ entzerrt}^{30);}$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\Delta w}) = 64,675;$$

$$d = 0,615;$$

$$r = 0,715;$$

$$V = 2,709 \%$$

Dabei bedeuten hier und bei den folgenden Gleichungen jeweils analog:

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_2) = \text{Standardabweichung des Schätzwertes } \hat{\beta}_2 \text{ (Absolutglied)}$$

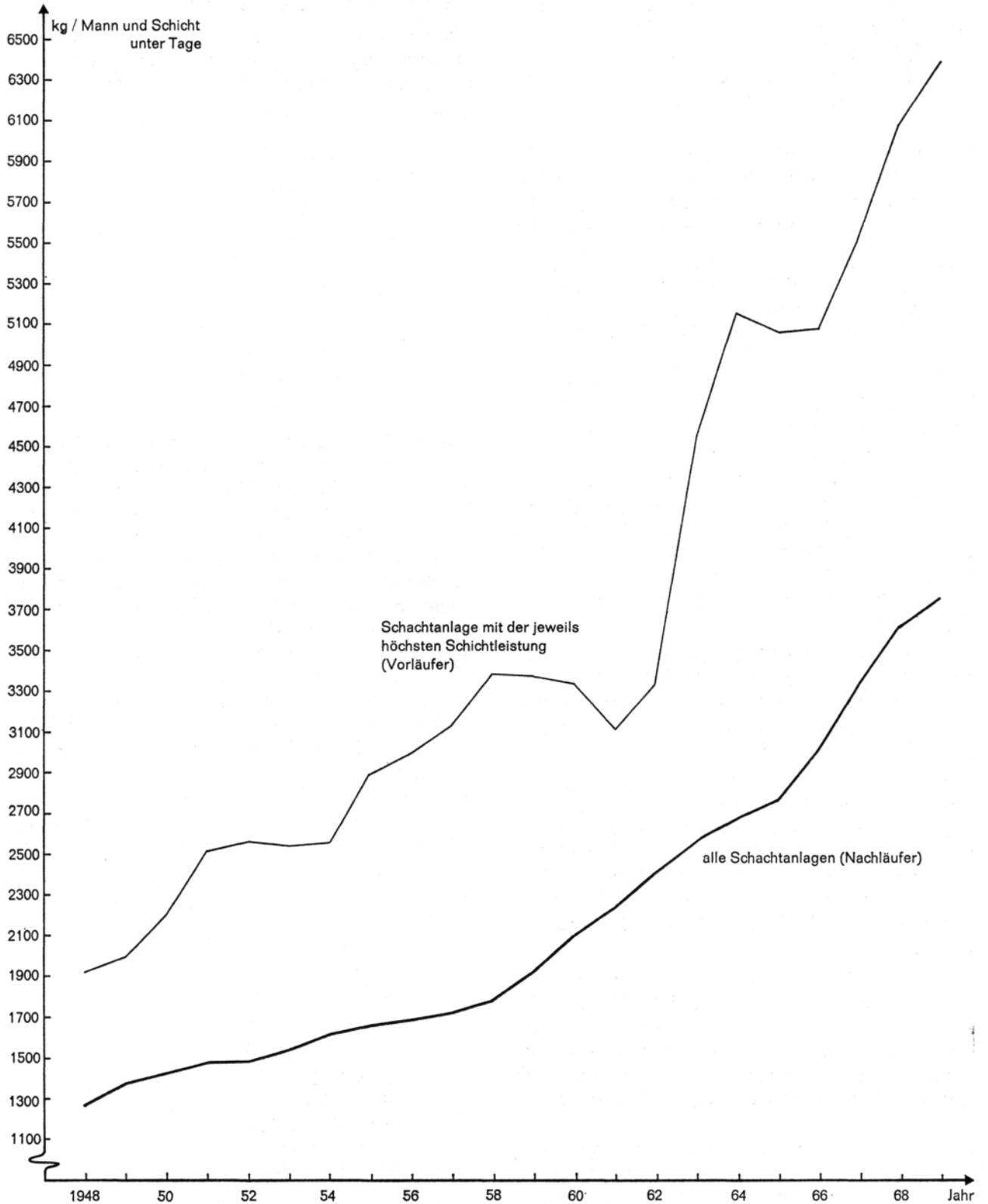
$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_1) = \text{Standardabweichung des Schätzwertes } \hat{\beta}_1 \text{ (Parameter der lag-Variablen)}$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\Delta w}) = \text{Standardabweichung des Störgliedes}$$

d = Durbin-Watson-Testvariable zur Messung von Autokorrelation

V = Variationskoeffizient (Standardabweichung der Reststreuung in % des Mittelwertes der Ursprungswerte der endogenen Variablen  $n_t$ )

**Schaubild 2: Entwicklung der Schichtleistung des Durchschnitts aller Schachtanlagen und der jeweils produktivsten Schachtanlage im Steinkohlenbergbau des Ruhrgebiets (1948—1969)**



$r$  = einfacher Korrelationskoeffizient  
 $r'$  = partieller Korrelationskoeffizient  
 $R$  = multipler Korrelationskoeffizient

} zwischen den exogenen und der endogenen Variablen

Der Korrelationskoeffizient ist mit 0,7 für eine einfache Differenzgleichung nicht niedrig. Der geringe Wert der Durbin-Watson-Testvariablen  $d$  weist allerdings auf Autokorrelation der Residuen hin. Trotz der Autokorrelation sind die Schätzwerte für die Parameter jedoch noch relativ hoch gesichert, und zwar — unter Berücksichtigung der

durch die Autokorrelation hervorgerufenen Verzerrung der Standardfehler<sup>30)</sup> — für  $\hat{\beta}_1$  — wie bereits erwähnt — mit 97,5% und für  $\hat{\beta}_2$  mit 95% Wahrscheinlichkeit. Da somit auch für das Absolutglied  $\beta_2$  die Nullhypothese ( $\beta_2=0$ ) verworfen werden kann, entspricht diese Differenzenregression (19) dem um eine Trendvariable erweiterten Modellansatz (10) / (11).

Das im Prinzip gleiche Ergebnis liefert auch die entsprechende Regressionsrechnung mit den Ursprungswerten. Hier ist die Autokorrelation der Residuen — wie zu erwarten — noch etwas höher.

Das Vorhandensein von Autokorrelation bei der Schätzung des Modells (10) / (11) bedeutet, daß beide Modellgleichungen entweder noch nicht den angemessenen Funktionstyp darstellen oder noch um wichtige erklärende Variable ergänzt werden müßten oder daß die zahlreichen unwesentlichen, latenten Variablen in ihrer Gesamtheit dynamische Interdependenzen aufweisen.

Daher wurde erstens statt der Gleichung (11) mit 1. Differenzen eine Gleichung mit relativen Differenzen geschätzt. Dies geschah vor allem aufgrund der Erwägung, daß der Nachläufer sich möglicherweise mehr an den *Wachstumsraten* der Produktivität des Vorläufers orientiert als an dessen Produktivitätsniveau oder den mengenmäßigen Niveauänderungen.

Zweitens trat in der Modellgleichung (10) an die Stelle der t-Variablen eine t<sup>2</sup>-Variable, da bei der Produktivität und den sie beeinflussenden Bestimmungsfaktoren häufig stärkere als lineare Tendenzen zu beobachten sind.

Diese beiden noch relativ einfachen Modifizierungen führten jedoch zu keiner merklich geringeren Autokorrelation, weshalb dieser Weg vorerst nicht weiter verfolgt und die Schätzung komplizierterer nichtlinearer Modellansätze bzw. die Einführung anderer Trendglieder oder die Kombination von Trendgliedern zunächst zurückgestellt wurde.

Drittens wurde eine breitere Streuung der Reaktionszeit zwischen der Vor- und Nachläuferreihe auf zwei Jahresabschnitte, also ein „distributed lag“ mit zwei lag-Variablen angenommen. Für den Parameter der zusätzlichen lag-Variablen ergab sich jedoch nur ein relativ ungesicherter Schätzwert.

Die Einführung anderer erklärender Variablen und etwa die Verknüpfung mit — die Produktionstechnologie beschreibenden — Produktionsfunktionen stieß auf viele sachlogische und statistische Probleme und hätte den Rahmen dieses Aufsatzes gesprengt.

Schließlich wurde vereinfacht unterstellt, daß die Residuen jeweils einem autoregressiven Prozeß

erster Ordnung unterliegen, und die Regressionsrechnung entsprechend den Gleichungen (16) und (18) des theoretischen Teils modifiziert.

Für die — Autokorrelation berücksichtigende — Differenzgleichung errechnen sich dann nachstehende Strukturen und Gütekriterien:

$$(20) \hat{\Delta n}_t^* = 40,110 + 0,136 \Delta v_{t-4}^*$$

(Stützzeitraum: 1948/49 — 1968/69)

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_2^*) = 11,181;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_1) = 0,033;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\Delta \epsilon}') = 42,655;$$

$$d = 2,026;$$

$$r = 0,755;$$

$$V = 1,749 \%$$

Die zugehörige Prognoseform lautet:

$$(21) \hat{\Delta n}_t = 125,737 + 0,136 \Delta v_{t-4} + 0,681 [\Delta n_{t-1} - (125,737 + 0,136 v_{t-5})]$$

Die Qualität dieser immer noch verhältnismäßig einfachen Schätzfunktion ist insgesamt gesehen recht beachtlich. Immerhin beträgt der — auf den Mittelwert der mit dieser Funktion ab 1954 zu erklärenden durchschnittlichen Schichtleistung bezogene — Variationskoeffizient, den man als Maß für den durchschnittlichen „Fehler“ der Funktion ansehen kann, nur 1,7%. Wie das Schaubild 3 zeigt, passen sich die ab 1954 berechenbaren lead-lag-Schätzwerte den Effektivwerten relativ gut an. Vor allem macht die lead-lag-Kurve — und das ist im Hinblick auf das Ziel dieser Untersuchung besonders wichtig — die offensichtliche, starke Tendenzänderung der Effektivkurve von 1958 auf 1959 deutlich mit.

Ebenfalls von ziemlich guter Qualität ist die dem erweiterten Modell entsprechende, um die Autokorrelation modifizierte Schätzfunktion mit Ursprungswerten:

$$(22) \hat{n}_t^* = 56,316 + 0,187 v_{t-4}^* + 141,361 t^*$$

(Stützzeitraum: 1948 — 69)

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_0^*) = 30,620;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_1) = 0,035;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_2) = 11,569;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\epsilon}') = 42,251;$$

$$d = 1,223;$$

$$R = 0,984;$$

$$r'(v_{t-4}^*) = 0,822;$$

$$r'(t^*) = 0,955;$$

$$V = 1,770 \%$$

Als Prognoseform ergibt sich:

$$(23) \hat{n}_t = 235,632 + 0,187 v_{t-4} + 141,361 \cdot t + 0,761 [n_{t-1} - (235,632 + 0,187 v_{t-5} + 141,361 (t-1))]$$

Multiple und partielle Korrelationskoeffizienten sind hoch; das Bestehen von Autokorrelation wird zwar nicht mit Sicherheit ausgeschlossen, aber auch nicht nachgewiesen; die Schätzwerte der

<sup>30)</sup> Zur Entzerrung vgl. die Ausführungen über die „Berücksichtigung von Autokorrelation“ im theoretischen Teil.

**Schaubild 3: Lead-lag-Funktionen für die durchschnittliche Schichtleistung im Steinkohlenbergbau des Ruhrgebiets (1948—1969)**

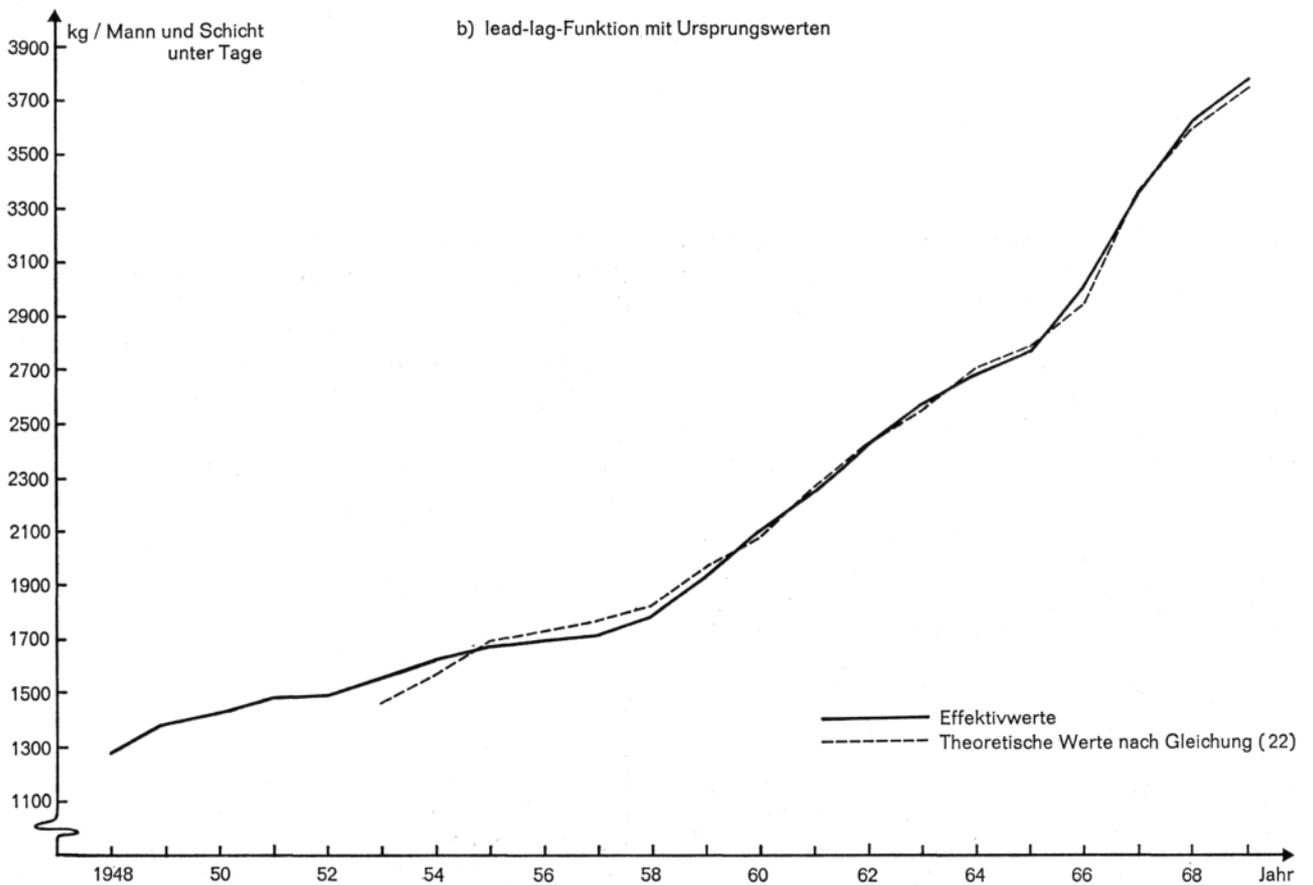
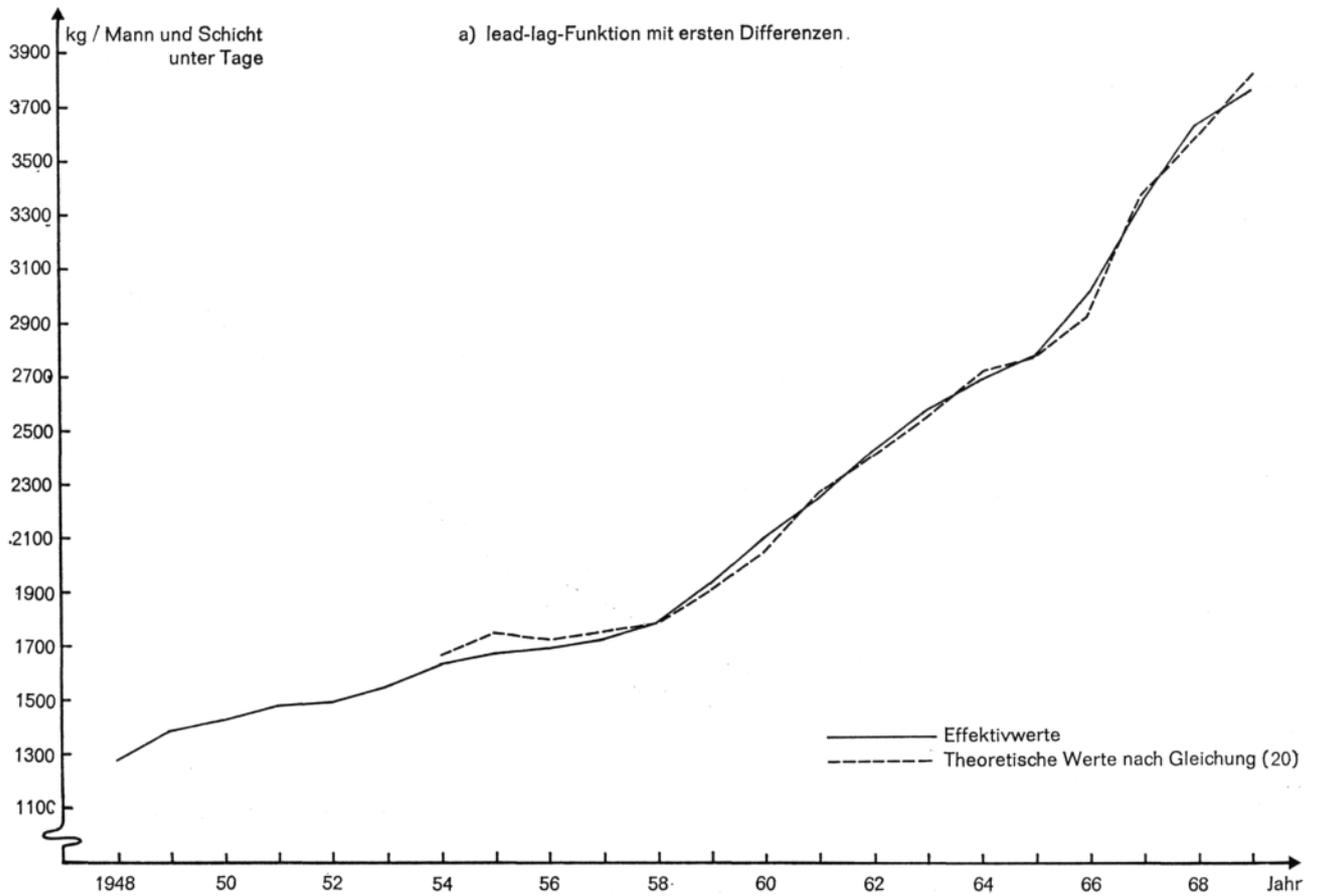
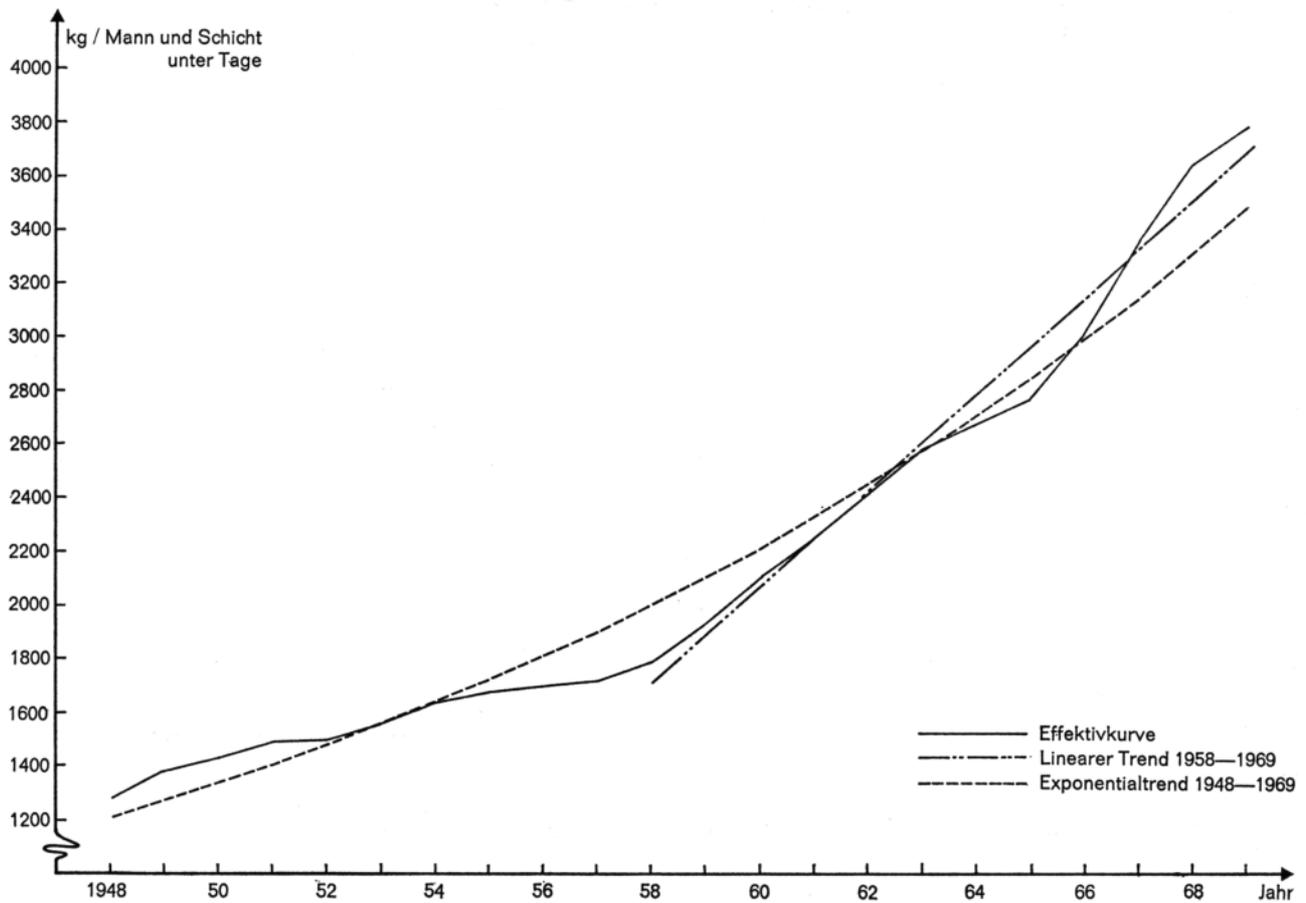


Schaubild 4: Trendfunktionen für die durchschnittliche Schichtleistung im Steinkohlenbergbau des Ruhrgebiets



Parameter sind gut gesichert. Da die Standardabweichung der Reststreuung in Gleichung (22) absolut noch etwas geringer ist als in Gleichung (20)<sup>31)</sup>, liefert die  $\hat{n}_t^*$ -Funktion mit der expliziten Trendvariablen sogar noch eine geringfügig bessere Anpassung an die Effektiventwicklung als die  $\hat{\Delta n}_t^*$ -Funktion. Der Verlauf der theoretischen Schätzwerte ist ebenfalls aus Schaubild 3 zu ersehen.

Bemerkenswert ist, daß die geschätzten Parameterwerte der lag-Variablen  $v_{t-4}$  in allen Gleichungen im Vergleich zum „Trendglied“ nicht besonders hoch sind, doch — wie das Schaubild 3 verdeutlicht — offensichtlich ausreichen, weitgehend die Richtungs- bzw. Tendenzänderungen der Nachläuferkurve zu „erklären“.

<sup>31)</sup> Der Variationskoeffizient ist allerdings geringfügig höher. Die Standardabweichung der Residuen ist hier nämlich auf einen etwas niedrigeren Mittelwert als in Gleichung (20) bezogen, da mit Gleichung (22) die durchschnittliche Schichtleistung bereits ab 1953 statt ab 1954 „erklärt“ wird.

#### d) Vergleich mit Trendfunktionen

Zum Vergleich mit den lead-lag-Funktionen wurden für die Effektivwerte der durchschnittlichen Schichtleistung des Steinkohlenbergbaus auch zwei Trendfunktionen berechnet. Zugrunde gelegt wurden die beiden in der prognostischen Praxis am meisten verwendeten Funktionstypen, nämlich ein einfacher linearer Trend von der Form

$$(24) \quad n_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + z_t$$

und ein einfacher Exponentialtrend von der Form

$$(25) \quad n_t = \alpha_0 \cdot \alpha_1^t \cdot z'_t$$

bzw.

$$\ln n_t = \ln \alpha_0 + t \cdot \ln \alpha_1 + \ln z'_t$$

wobei  $z_t$  und  $z'_t$  die Störglieder sind.

Der Exponentialtrend wurde für den gesamten Beobachtungszeitraum 1948—69 errechnet, der lineare Trend dagegen nur für die Jahre 1958—69, weil sich die Schichtleistung in den Jahren nach 1958 wesentlich stärker erhöhte als vorher.

Für die beiden Trendgleichungen ergeben sich folgende Strukturen und Gütekriterien (Symbole analog den lead-lag-Funktionen):

$$(26) \hat{n}_t = 1533,298 + 178,185 t$$

(Stützzeitraum 1958—69)

$$\hat{\sigma}(\hat{\alpha}_0) = 65,246;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\alpha}_1) = 8,865;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{z}) = 100,976;$$

$$d = 0,573;$$

$$r = 0,988;$$

$$V = 3,752 \%$$

$$(27) \hat{n}_t = 1152,471 \cdot 1,05145^t$$

bzw.

$$\ln \hat{n}_t = 3,06163 + 0,02179 t$$

(Stützzeitraum 1948—69)

$$\hat{\sigma}(\ln \hat{\alpha}_0) = 0,01214;$$

$$\hat{\sigma}(\ln \hat{\alpha}_1) = 0,00092;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{z}) = 145,015;$$

$$d = 0,214;$$

$$r = 0,983;$$

$$V = 6,693 \%$$

Schaubild 4 veranschaulicht, wie die beiden Trendkurven im Vergleich zur Kurve der Effektivwerte der durchschnittlichen Schichtleistung verlaufen.

Von den beiden Trends paßt sich der lineare Trend besser an, allerdings ist der Stützzeitraum ja auch wesentlich kürzer. Beide Gleichungen weisen aber hohe Autokorrelation der Residuen auf.

In der prognostischen Praxis wird nun bei Trendberechnungen häufig die Autokorrelation vernachlässigt bzw. für die Zukunft ihr unverändertes Fortbestehen unterstellt. Sieht man auch bei der einfachen lead-lag-Differenzgleichung (19) einmal von der Autokorrelation ab, so hat diese mit 2,7 % aber bereits einen wesentlich niedrigeren Variationskoeffizienten als der lineare Trend mit 3,8 % und der Exponentialtrend mit sogar 6,7 %. Wichtiger ist jedoch, daß mit der lead-lag-Funktion für einen Zeitraum von 4 Jahren auch Trendänderungen vorausgesagt werden könnten, während das bei einer Extrapolation der beiden Trends ex-definitione ausgeschlossen wäre.

#### e) ex-post-Prognose

Die Prognosefähigkeit derartiger lead-lag-Funktionen kann u. a. relativ anschaulich daran gezeigt werden, inwieweit mit diesen Funktionen gewonnene Prognosewerte mit den Effektivwerten übereinstimmen.

Zu diesem Zwecke wurden die beiden ausgewählten autokorrelationsbereinigten  $\hat{n}_t^*$ - und  $\Delta \hat{n}_t^*$ -Funktionen für den Zeitraum 1948—67 neu berechnet, mit diesen Funktionen dann die durchschnittliche Schichtleistung in den zwei Jahren 1968 und 1969 nachträglich „vorausgeschätzt“ und die ex-post-Prognosewerte mit den Effektivwerten verglichen.

Eine Ausdehnung der „ex-post“-Prognose auf die Jahre 1970 und 1971 erschien wegen der Neugliederung des Steinkohlenbergbaus wenig aussagekräftig. Die Schätzung der lead-lag-Funktionen für einen kürzeren Zeitraum als 1948—67 erbrachte andererseits keinen engen Zusammenhang mehr zwischen Vor- und Nachläufern. Offensichtlich werden die Zeitreihen für die Ermittlung von lead-lag-Beziehungen dann bereits zu kurz. Auch dürfte eine Rolle spielen, daß bei kürzeren Zeiträumen die relativ starken Richtungsänderungen um das Jahr 1962 beim Vorläufer und um 1966 beim Nachläufer nicht mehr voll bzw. überhaupt nicht mehr in die Rechnung eingehen. Aus diesen Gründen konnte die ex-post-Prognose nur für die zwei Jahre 1968 und 1969 durchgeführt werden.

Für den kürzeren Zeitraum 1948—67 wurden für die beiden ausgewählten lead-lag-Regressionsansätze  $\Delta \hat{n}_t^*$  und  $\hat{n}_t^*$  folgende Strukturen und Gütekriterien ermittelt.

$$(28) \Delta \hat{n}_t^* = 37,109 + 0,134 \Delta v_{t-4}^*$$

(Stützzeitraum: 1948/49 — 1966/67)

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_2^*) = 12,465;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_1) = 0,037;$$

$$\hat{\sigma}(\Delta \hat{\epsilon}^*) = 42,271;$$

$$d = 1,863;$$

$$r = 0,736;$$

$$V = 1,872 \%$$

$$(29) \hat{n}_t^* = -40,380 + 0,161 v_{t-4}^* + 171,961 t^*$$

(Stützzeitraum: 1948—67)

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_0^*) = 34,909;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_1) = 0,033;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_2) = 17,584;$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\epsilon}^*) = 37,259;$$

$$d = 1,397;$$

$$R = 0,970;$$

$$r'(v_{t-4}^*) = 0,815;$$

$$r'(t^*) = 0,941;$$

$$V = 1,685 \%$$

Die zugehörigen Prognoseformen lauten zu Gleichung (28):

$$(30) \Delta \hat{n}_t = 122,877 + 0,134 v_{t-4} + 0,698 [\Delta n_{t-1} - (122,877 + 0,134 v_{t-4})]$$

und zu Gleichung (29):

$$(31) \hat{n}_t = -284,366 + 0,161 v_{t-4} + 171,961 \cdot t + 0,858 [n_{t-1} - (-284,366 + 0,161 v_{t-4} + 171,961 (t-1))]$$

Die Qualität der beiden lead-lag-Funktionen für den kürzeren Stützzeitraum ist jeweils etwa genauso gut wie für den längeren Stützzeitraum. Besonders auffällig ist, daß sich die Parameterschätzwerte der  $\Delta \hat{n}_t^*$ -Funktion kaum geändert haben —

z. B. beträgt  $\hat{\beta}_1$  0,134 in Gleichung (28) und 0,136 in Gleichung (20) —, was als Indiz für die Zeitstabilität der Schätzstruktur angesehen werden kann.

Die Ergebnisse der ex-post-Prognose sind in Tabelle 3 dargestellt. Beide lead-lag-Funktionen unterschätzen die Effektiventwicklung in den Jahren 1968 und 1969 geringfügig. Sie bringen die Abschwächung des Anstiegs der durchschnittlichen Schichtleistung im Jahre 1969 etwas stärker zum Ausdruck. Die Prognosewerte weichen aber nur um 1,1 % bis 1,5 % von den Effektivwerten ab, wobei die  $\hat{n}_t^*$ -Funktion auf Basis der Ursprungswerte in beiden Jahren die Entwicklung am besten prognostiziert.

**Tabelle 3**  
ex-post-Prognose der durchschnittlichen Schichtleistung im Steinkohlenbergbau des Ruhrgebiets 1968—69

Jahr	Effektivwerte	Prognosewerte der	
		$\Delta \hat{n}_t^*$ -Funktion (28)	$\hat{n}_t^*$ -Funktion (29)
kg je Mann und Schicht unter Tage			
1968	3637	3584	3595
1969	3777	3720	3736
Effektivwerte = 100,0			
1968	100,0	98,5	98,8
1969	100,0	98,5	98,9

#### IV. Schlußbemerkungen

Die Ergebnisse dieser Untersuchung zeigen, daß es möglich ist, vermutete lead-lag-Beziehungen in der Produktivitätsentwicklung zwischen den Spitzenreitern und dem Durchschnitt einer Branche statistisch zu erfassen und damit die Beobachtung, daß technische und organisatorische Neuerungen

nur nach und nach in eine Branche Eingang finden, zur Verbesserung der Produktivitätsprognose zu nutzen.

Voraussetzung hierfür ist aber vor allem: Es müssen für einen längeren Zeitraum Produktivitätsdaten für jedes Unternehmen bzw. jeden Betrieb einer Branche vorliegen. Diese einzelbetrieblichen Produktivitätsdaten müssen weitgehend frei von nichttechnisch bestimmten zufälligen, saisonalen und konjunkturellen Auslastungsschwankungen sein bzw. davon bereinigt werden können. Die Anzahl der selbständigen Unternehmen bzw. Betriebe in einer Branche muß genügend groß sein.

Derartige einzelbetriebliche Zahlen standen dem IAB durch das Entgegenkommen der Organisation „Statistik der Kohlenwirtschaft e.V.“ für den Steinkohlenbergbau des Ruhrgebiets zur Verfügung. Für diesen Industriezweig gelang es, relativ gut gesicherte, prognosetaugliche lead-lag-Funktionen zu ermitteln, die auch „Wendepunkte“ in der Produktivitätsentwicklung berücksichtigen und somit über reine Trendfunktionen hinausführen.

Die für den Steinkohlenbergbau gewonnenen Ergebnisse lassen es lohnend erscheinen, die Forschung auf diesem Gebiet im In- und Ausland fortzusetzen und ähnliche oder weiterführende Untersuchungen, z. B. für alle dafür geeigneten Branchen in der Bundesrepublik, durchzuführen.

Allerdings werden bisher ausreichend lange Zeitreihen der Arbeitsproduktivität (oder lange Zeitreihen von Näherungsdaten wie Umsatz je Beschäftigten) für jeden Betrieb oder jedes Unternehmen in einer Branche in der Bundesrepublik nicht veröffentlicht. Die zuständigen statistischen Ämter und die Wirtschaftsverbände sollten daher prüfen, ob es nicht zugunsten besserer Produktivitätsvorausschätzungen, die ja auch im Interesse der Allgemeinheit liegen, Möglichkeiten gibt, in einer die Geheimhaltungsvorschriften wahren- den Form derartige Zeitreihen zugänglich zu machen oder entsprechend gespeicherte Daten für die prognostizierenden Stellen durchzurechnen.