

## Mehrebenenanalyse

*Uwe Blien, Michael Wiedenbeck\**

---

### 1 Einführung

Die Verbindung von Mikro- und Makroebene ist für die Volkswirtschaftslehre und die anderen Sozialwissenschaften bei vielen Fragestellungen zwingend. In diesen Fällen ist die Betrachtung des Zusammenhangs zwischen ökonomischen Subjekten bzw. Gesellschaftsmitgliedern und den sie umgebenden sozialen und ökonomischen Kontexten notwendig. In der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung stellt sich eine entsprechende Forderung in vielerlei Zusammenhängen, Beispiele finden sich leicht: Die Einstufung eines Ratsuchenden im Arbeitsamt als potenziell von Langzeitarbeitslosigkeit gefährdet, hängt von dessen individuellen Merkmalen ab *und* von der Entwicklung des globalen und lokalen Arbeitsmarktes. In entsprechender Weise kann im Rahmen einer Evaluation arbeitsmarktpolitischer Strategien die Wirkung bestimmter Maßnahmen auf die individuellen Beschäftigungsperspektiven nur vernünftig beurteilt werden, wenn gleichzeitig die Lage auf dem umgebenden Arbeitsmarkt in die Betrachtung integriert oder zumindest kontrolliert wird. Die individuelle Wahrscheinlichkeit einer (Wieder-)Beschäftigung hängt von der Arbeitskräftenachfrage auf dem jeweiligen (Teil-)Arbeitsmarkt ab.

In der Regionalforschung des IAB wurde die Mehrebenenanalyse in den zwei möglichen Strängen vorangetrieben: Zum einen wurden inhaltliche Fragestellungen untersucht, bei denen derartige Interaktionen von Kontexten und individuellen Akteuren auf Arbeitsmärkten betrachtet wurden. Ein Beispiel dafür waren intensive Untersuchungen zur Lohnkurve, bei denen der Zusammenhang zwischen unterschiedlichen Niveaus der regionalen Arbeitslosigkeit (Makroebene) mit der Entlohnung einzelner Arbeitskräfte (Mikroebene) analysiert wurde (vgl. Blien 2001). Die Untersuchungshypothese ist, dass regionale Arbeitslosigkeit lohnsenkend wirkt.

Zum anderen wurden im IAB die für derartige inhaltliche Mehrebenenanalysen adäquaten Methoden angewandt und für diesen Zweck weiterentwickelt. Die folgenden Betrachtungen nehmen beide Seiten der Mehrebenenanalyse auf. Zuerst (Abschnitt 2) wird der inhaltliche, dann der methodische Aspekt (Abschnitt 3) soweit dargestellt, wie es im

---

\* Die Autoren danken Hans-Eberhard Plath, Frank Wießner und Katja Wolf (IAB) für kritische Kommentare zu einer früheren Fassung des Textes, gleichwohl verbleibt jede Verantwortung allein bei den Verfassern.

vorgegebenen, engen, Rahmen möglich ist (ausführlicher: Blien/Wiedenbeck/Arminger 1994, Blien 2001, Kap. 7). Die statistischen Methoden der Mehrebenenanalyse sind selbst für eine theoretische Position von Interesse, die rein von individuellem Rationalverhalten und damit von einer Dominanz der Mikroebene ausgeht.

## **2 Konzeptionelle Mehrebenenanalyse**

Alle relevanten Prozesse sind in empirischen Ökonomien mit dem Handeln ökonomischer Agenten, mit dem Handeln von Menschen verbunden. Entscheidungen, die sie treffen, haben intendierte oder nichtintendierte Folgen auf der Makroebene. In der theoretischen Position, die in der ökonomischen Wissenschaft dominiert, wird daraus die Folgerung gezogen, dass alle Erklärung letztlich auf individuelles Rationalverhalten rekurrieren muss. In der deutschen Soziologie gewinnt ein analoger Ansatz des methodologischen Individualismus, der „Rational Choice“ genannt wird, zunehmend an Anhängern.

In der neoklassischen Ökonomie wird aus der Forderung nach Mikrofundierung ein methodologisches Grundprinzip. Makromodelle, die keinen Rekurs auf individuelle Entscheidungskalküle nehmen, werden als nicht angemessen betrachtet, da sie in diesem Sinne keine Erklärungen erlauben. Die Forderung nach empirischer Mikrofundierung hat ihre Quelle somit im Handlungsmodell der ökonomischen Theorie. In der von G. Becker noch 1976 verfolgten radikalen Variante des methodologischen Individualismus sind die Präferenzen von Individuen nicht mehr hintergebar, zumindest ihre Grundstruktur wird als über alle Gesellschaften relativ konstant betrachtet. Unterschiede zwischen verschiedenen Ökonomien kommen lediglich dadurch zustande, dass sich die Restriktionen für die Nutzenmaximierung, die Bedingungen des Verhaltens, unterscheiden.

Diese Auffassung von der Unhintergebarkeit der Präferenzen (und der „Nutzenfunktionen“, die sie abbilden) ist kritisierbar. Warum sollten die Präferenzen von Wirtschaftssubjekten nicht gesellschaftlich beeinflusst sein? Betrachten wir ein Beispiel: Es ist wohl bekannt, dass die Erwerbsneigung von Frauen in Ostdeutschland wesentlich höher ist als in Westdeutschland. Zu Zeiten der DDR war der Staat bestrebt, sein Arbeitskräftepotenzial möglichst vollständig zu nutzen. Es war selbstverständlich, dass nahezu alle Frauen arbeiteten. Diese Einstellung ist auch heute noch weit verbreitet und wird teilweise in der Abfolge von in den Markt eintretenden Kohorten reproduziert. Unterschiedliche gesellschaftliche Verhältnisse haben unterschiedliche Präferenzen zur Folge, die wiederum ihrerseits verhaltensprägend sind. Neue Ergebnisse der experimentellen Ökonomie bestätigen diese Erwartung eindrucksvoll.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Im so genannten „Ultimatumspiel“ muss ein Proband eine vorgegebene Geldsumme zwischen sich und einem „Mitspieler“ aufteilen. Der Mitspieler hat nur die Wahl zu akzeptieren oder nicht. Im Falle

In einem pragmatischen Ansatz wird der methodologische Individualismus mit dem Argument gerechtfertigt, dass bei Verwendung variabler Präferenzen die ökonomische und soziologische Modellbildung in ad hoc-Behauptungen ableiten müsse. Nahezu jede Veränderung der empirischen Realität könnte in einem kurzschlüssigen Sinne damit ‚erklärt‘ werden, dass sich die Präferenzen der beteiligten Wirtschaftssubjekte entsprechend geändert hätten. Derartige Tautologien werden vermieden, wenn zumindest von relativer Stabilität der Präferenzen ausgegangen wird.

Für die langfristige Entwicklung von Präferenzen könnte der Imperativ der Mikrofundierung demnach durch die Forderung nach Makrofundierung ergänzt werden, indem davon ausgegangen wird, dass sich Präferenzen zumindest zum Teil in Abhängigkeit von der Struktur einer gegebenen Gesellschaft und Ökonomie entwickeln. Dies führt auf ein schwierig zu erfüllendes Konstruktionsprinzip von Theorien und empirischen Untersuchungen, nach dem Mikro- und Makroebene simultan zu beachten sind, ohne dass die Argumentation in ad hoc-Sätze abgeleitet. Dieses Konstruktionsprinzip kann als konzeptioneller Mehrebenenansatz bezeichnet werden, der den üblichen methodologischen Individualismus der neoklassischen Ökonomie und des soziologischen „Rational Choice Ansatzes“ transzendiert. Dies ist eine spezifische Charakterisierung von Mehrebenenanalyse, die härtere Anforderungen stellt. In einem weiteren Sinne ist auch der Rational Choice Ansatz mit der Mehrebenenanalyse kompatibel, insofern nämlich einfach soziale Kontexte als Restriktionen individuellen Optimierungsverhaltens aufgefasst werden.

Ansätze des methodologischen Individualismus betonen, dass die Gesellschaft von Menschen gemacht ist; der Mehrebenenansatz (i. e. S.) ergänzt, dass Menschen gesellschaftliche Subjekte sind. Im zweiten Fall hängen die Präferenzen, aber auch das Weltbild und die normativen Einstellungen (vgl. dazu Blien 2002), die die Wirtschaftssubjekte und Gesellschaftsmitglieder verfolgen, von den sozialen und ökonomischen Kontexten ab, in denen sie sich befinden, unter denen sie vorher sozialisiert worden sind. Normative Vorstellungen, z. B. Auffassungen von Gerechtigkeit, beeinflussen das Verhalten nicht zuletzt auf Arbeitsmärkten erheblich, sind aber gesellschaftlich geprägt.

Ergebnisse der Forschung, die mit empirischen Mikrodaten erzielt worden sind, müssen demnach relativ zu einer bestimmten, gerade auch institutionell definierten, Umgebung der Subjekte verstanden werden. Die sozialen, ökonomischen und institutionellen Kontexte, die in diesem Zusammenhang wichtig sind, ordnen sich in einer Hierarchie von

---

der Verweigerung erhalten beide Spieler nichts. Nachdem dieses Experiment in 15 verschiedenen Kulturen durchgeführt worden war (Henrich et al. 2001), ergaben sich erhebliche Unterschiede in der Aufteilung, die auf die jeweilige gesellschaftliche Situation zurückgeführt werden konnten, während individuelle Merkmale der Teilnehmer an dem Experiment nicht signifikant verschieden waren.

Ebenen an. Die einzelne Arbeitskraft arbeitet für einen Betrieb, dieser liegt in einem lokalen Arbeitsmarkt, jener in einer nationalen Ökonomie. Die zu betrachtenden sozialen Einheiten sind nicht unbedingt disjunkt, sondern überlappen sich (z. B. Nachbarschaften und Betriebe).

### 3 Statistische und ökonometrische Ansätze der Mehrebenenanalyse

#### 3.1 Problemstellung

Zur Modellierung eines konzeptionellen Mehrebenenansatzes (i. e. S.) erscheint es angebracht, statistische Methoden zu verwenden, die Daten über individuelle Wirtschaftssubjekte bzw. Gesellschaftsmitglieder nicht nur in ihrer quantitativen Kombination verwenden, also die gemeinsamen Verteilungen von einzelnen ökonomischen Größen beschreiben, sondern den Zusammenhang der Untersuchungseinheiten analysieren. Solche Methoden, die Abwandlungen üblicher Regressionsansätze sind, werden im Folgenden behandelt. Ihre Anwendung erscheint selbst dort als angemessen, wo von der theoretischen Position des methodologischen Individualismus ausgegangen wird, da diese annimmt, dass das Individualverhalten in Auseinandersetzung mit den Ressourcen und Restriktionen erfolgt, die die Umgebung für die Subjekte verkörpert. Ein ökonometrisches Mehrebenenmodell passt selbst zur neoklassischen Theorie, wo individuelle ökonomische Akteure auf (z. B. makroökonomische) Veränderungen der wirtschaftlichen Randbedingungen (z. B. Arbeitslosigkeit) reagieren.

Der Begriff der Mehrebenenanalyse ist in der an sozialwissenschaftlichen Fragestellungen orientierten Statistik eingebürgert, in der Ökonometrie jedoch nicht üblich. Im Fall der Statistik wird der Begriff häufig für Modelle mit zufällig variierenden Parametern verwendet, die jedoch nur einen der möglichen Ansätze für das Mehrebenenproblem darstellen. Wir sehen keine Notwendigkeit, den Begriff darauf einzuengen und wollen im Folgenden den Begriff Mehrebenenanalyse immer dann verwenden, wenn Makrobedingungen und Mikroverhalten in integrierter Weise in einem Modell analysiert werden, wie es z. B. durch die Gleichung (1) ausgedrückt wird. Als Beispiel für die folgende Darstellung benutzen wir die „Lohnkurve“, bei der nach Blanchflower & Oswald angenommen wird, dass der Lohn  $W$ , den eine Arbeitskraft  $i$  erhält (wobei  $i = 1, \dots, N$ ), von der regionalen Arbeitslosigkeit  $U$  abhängt (vgl. den Themenschwerpunkt in MittAB 1996/3, Blien 2001):

$$y_{irt} = \ln W_{irt} = \beta_0 + \beta_u \ln U_{rt} + \beta'_1 x_{irt} + \beta'_2 x_{rt} + \lambda_t + \tilde{\epsilon}_{irt} \quad (1)$$

Die abhängige Variable ist hier auf metrischem Skalenniveau gemessen, aber es gibt Abwandlungen für kategoriale Variablen. Die beiden betrachteten Ebenen der Analyse sind individuelle Arbeitskräfte und regionale Arbeitsmärkte  $r$  ( $r = 1, \dots, R$ ). Der Index  $t$  steht für

die Zeit,  $\ln$  ist der natürliche Logarithmus.  $x_{irt}$  ist ein Vektor mit den unabhängigen (Mikro-)Variablen (z. B. das Geschlecht oder das Bildungsniveau). Die  $x_{rt}$  sind Makrovariablen, die für jeden Zeitpunkt  $t$  nur zwischen den Regionen  $r$  variieren und innerhalb der Regionen konstant sind (dies gilt ebenso für die Arbeitslosenquote  $U_{rt}$ ). Der Vektor  $\beta$  enthält die Regressionskoeffizienten. Ein Set von zeitspezifischen Effekten ( $\lambda_t$ ) (Koeffizienten von Dummyvariablen) vervollständigt das Modell ( $t = 1, \dots, T$ ;  $T-1 =$  Anzahl der Zeitdummys). In der hier verwendeten Notierung werden Vektoren durch kleine Buchstaben in Fettdruck bezeichnet, während Matrizen im Folgenden durch Großbuchstaben in Fettdruck dargestellt sind. Realisierungen von Zufallsvariablen erhalten eine Tilde, wenn sie in Gleichungen vorkommen, wobei allerdings darauf verzichtet wird, die abhängige Variable so zu kennzeichnen, um die Notierung nicht zu überfrachten.

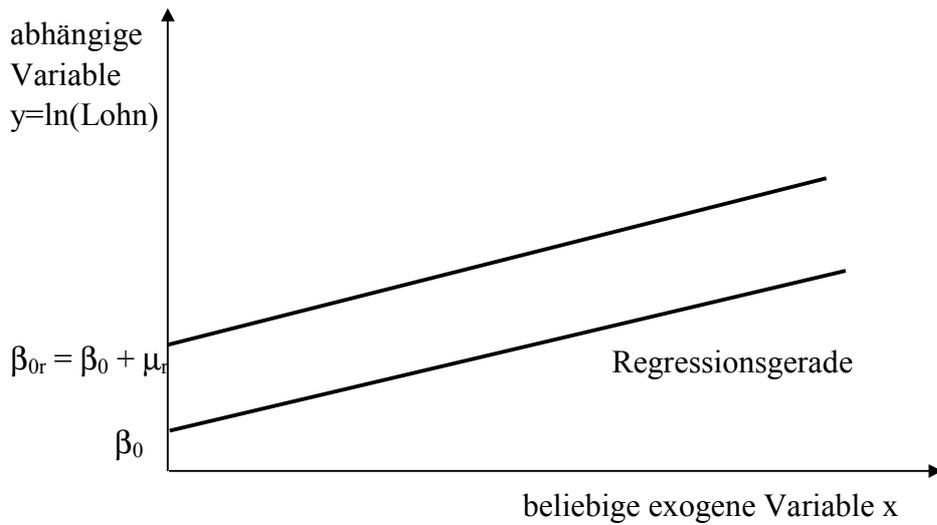
Die Integration von zahlreichen anderen Variablen neben der hier - für die Analyse der Lohnkurve - interessierenden Arbeitslosigkeit hat den Sinn, die Heterogenität der Arbeitskräfte und der Regionen zu kontrollieren. Wird nicht in dieser Weise vorgegangen und z. B. nur der regionale Durchschnittslohn und die regionale Arbeitslosigkeit in einer Tabelle einander gegenübergestellt, dann kann ein möglicher Zusammenhang zwischen den wichtigen Variablen leicht verdeckt werden, weil der Lohn von vielen Faktoren abhängt, z. B. von den Branchen, die in einer Region lokalisiert sind.

Mit Modelltyp (1) ist jedoch ein Problem verbunden, das als Moulton's Problem in die Ökonometrie eingegangen ist (Moulton 1990). Dieses Problem besteht darin, dass die Schätzung der Koeffizienten nicht länger effizient, jene der Standardfehler sogar verzerrt ist, wenn die Beobachtungen innerhalb der Makroeinheiten korrelieren. Wenn man davon ausgehen kann, dass einige beobachtete Makrovariablen einen Einfluss ausüben, so kann man dies auch für unbeobachtete Makrovariablen annehmen. Dies heißt also, dass sich unter den Einflüssen, die üblicherweise in den Störterm der Regressionsgleichung eingeschlossen werden, auch einige Makrovariablen befinden. Diese unbeobachteten Makroinflüsse führen dann zu einer Korrelation der Beobachtungen jener Untersuchungseinheiten, die zur selben Makroeinheit gehören. In diesem Fall wären die Daten gruppiert im Hinblick auf die Einheiten, für die die Makrovariable definiert ist. Dies verletzt die Annahme unabhängiger Beobachtungen des allgemeinen Regressionsmodells, das mit der Methode der kleinsten Quadrate effizient geschätzt wird (vgl. Anhang 1).

Im vorliegenden Fall ist eine Makrovariable, die Arbeitslosenquote, für Regionen definiert. Es ist davon auszugehen, dass weitere Variablen, über die nur zum Teil Informationen vorliegen, auf regionaler Ebene wirksam sind. Beispiele sind das Aktivitätsniveau der regionalen Ökonomie, ihre Infrastrukturausstattung oder eine regionale Ausprägung der Arbeitskultur. Konsequenz der Korrelation der Beobachtungen ist, dass die Schätzung der Koeffizienten zwar noch unverzerrt, aber nicht mehr effizient erfolgt. Die

Schätzung der Standardfehler ist sogar verzerrt. Simulationen zeigen, dass die Verzerrung in der Regel nach unten erfolgt. Die Standardfehler werden in der Regel zu klein geschätzt und der Forscher wird geneigt sein, Hypothesen anzunehmen, die er besser verworfen hätte. Moulton konnte zeigen, dass selbst Variablen, die unter ökonomischem Gesichtspunkt „Nonsens“ darstellen, plötzlich Gewicht für eine Erklärung erhalten können. Dieser Gefahr der Bildung von statistischen Artefakten muss begegnet werden, sie erfordert letztlich verschiedene spezialisierte Methoden der Mehrebenenanalyse.

**Abbildung 1: Regionsspezifische Effekte in der Regressionsanalyse**



*Definitionskriterium* für statistische (oder ökonometrische) Modelle der Mehrebenenanalyse ist dann der Umstand, dass diese darauf ausgerichtet sind, die Wirkung un beobachteter Variablen auf der Gruppenebene durch eine geeignete Spezifizierung zu kontrollieren bzw. zu schätzen.

### 3.2 Modelle mit fixen Effekten

Ein einfacher Modelltyp, der dem o. g. Kriterium genügt, besteht in der Aufnahme fixer regionaler Effekte  $\mu_r$  ( $r = 1, \dots, R-1$ )

$$\ln W_{irt} = \beta_0 + \beta_u \ln U_{rt} + \beta'_1 x_{irt} + \beta'_2 x_{rt} + \lambda_t + \mu_r + \tilde{\varepsilon}_{irt} \quad (2)$$

Die Spezifizierung als fixe Effekte besagt, dass jeder erfassten Region ein Effekt in einer ganz bestimmten Höhe zugerechnet wird. Die regionalen Dummyvariablen, deren Koeffizienten gerade die fixen Effekte sind, bewirken in der üblichen Weise Parallelverschiebungen der Regressionsgeraden (bzw. -hyperebenen im multiplen Fall).

Für eine Region  $\hat{r}$  wird sie um den Wert  $\mu_{\hat{r}}$  gegenüber der Regressionsgeraden einer Referenzregion verschoben. Man kann dies auch so auffassen, dass jede Region in der Schätzgleichung eine spezifische Regressionskonstante  $\mu_{\hat{r}}$  aufweist:  $\beta_{0r} = \beta_0 + \mu$ . Ein der-

artiges „Mehrebenenmodell mit fixen Effekten“, dessen Schätzverfahren kurz im Anhang 2.1 behandelt wird, erlaubt die verzerrungsfreie Schätzung der Koeffizienten von Makrovariablen und von deren Standardfehlern in einer Gleichung für Mikroeinheiten.

Zu Modellen mit festen Effekten sei noch ergänzend angefügt, dass die übliche Strategie, bei einem Set von Dummies (mit fixen Effekten) eine (willkürlich gesetzte) Referenzkategorie durch Weglassen eines der Dummies zu bilden, auf folgende Weise umgangen werden kann. Danach (Greene/Seaks 1991, Möller/Tassinopoulos 2000, Blien et al. 2001) werden alle Dummies beibehalten und die Regression mit folgender identifizierender Restriktion geschätzt:

$$\sum_{r=1}^R \mu_r = 0$$

Die einzelnen fixen Effekte messen dann die Abweichung der betreffenden Einheit  $r$  vom Stichprobenmittelwert. Die bei Verwendung einer Basiskategorie eingesetzten Techniken zur entsprechenden Umrechnung der Koeffizienten (Krueger/Summers 1988) bzw. Standardfehler (Haisken-DeNew/Schmidt 1997) erübrigen sich.

### 3.3 Modelle mit zufälligen Effekten

Eine Alternative zu der beschriebenen Modellierung besteht in der Spezifizierung der regionalen Effekte als zufällige anstatt als fixe Effekte. Diese Zufallseffekte auf der Makro- bzw. Regionsebene können analog zur Spezifikation von Störtermen auf der Mikroebene interpretiert werden: Wenn man Grund zu der Annahme hat, dass zusätzlich zu Störtermen  $\tilde{\varepsilon}_{ir}$  der Mikroebene auch unbeobachtete Aggregatvariablen einen Effekt besitzen, so kann man diesen Effekt als Störterm  $\tilde{\mu}_r$  auf der Makroebene einführen, sodass sich insgesamt ein Störterm  $v$  mit zwei Komponenten ergibt (wir lassen den Index  $t$  im folgenden weg):

$$\tilde{v}_{ir} = \tilde{\mu}_r + \tilde{\varepsilon}_{ir} \tag{3a}$$

Die erste der beiden Komponenten nimmt dabei die Wirkung aller Makrovariablen auf, für die man nicht kontrolliert, die zweite ist ein üblicher Fehlerterm auf Individualebene. Entsprechend diesen Komponenten lässt sich auch die Fehlervarianz zerlegen, wenn angenommen wird, dass die Kovarianz zwischen den beiden Störtermen  $\tilde{\varepsilon}_{ir}$  und  $\tilde{\mu}_r = 0$  ist. (vgl. Anhang 1 zur Struktur der Varianz-Kovarianzmatrix)

$$\sigma_v^2 = \sigma_\mu^2 + \sigma_\varepsilon^2 \tag{3b}$$

Dabei ist  $\sigma_{\mu}^2$  die regionale Varianzkomponente und  $\sigma_{\varepsilon}^2$  die Varianzkomponente der Mikro-, d. h. Individualebene.

Warum sollte man aber im Kontext von Arbeitsmarktanalysen die Effekte unbeobachteter Variablen mit zufälligen statt mit fixen Effekten schätzen? Ein Nachteil von Modellen der letzteren Art ist der erhebliche Effizienzverlust und damit der Verlust an Schätzpräzision, wenn eine große Anzahl von Regionsdummies in das Modell aufgenommen werden muss.

Hinzu kommt, dass man an fixen Effekten von Makroeinheiten dann nicht interessiert ist, wenn diese eine Zufallsstichprobe repräsentieren. Die Verteilung des Einflusses der Makroeinheiten, soweit dieser über die Effekte der gemessenen Makrovariablen des Modells hinausgeht, ist dann durch die Stichprobe repräsentiert. Die Größe des Einflusses bemisst sich an seiner Varianz, und diese kann aus der Stichprobe geschätzt werden. Verschiedene Stichproben von Regionen sind äquivalent im Rahmen des Stichprobenfehlers, wenn sie nach demselben Design gezogen wurden.

Generell bietet sich ein Modell mit zufälligen Effekten an, wenn die Makroeinheiten nur insofern von Bedeutung sind, als sie einen bestimmten zufälligen Einfluss ausüben. Ihre Identität ist insofern unwichtig und sie können von daher als austauschbar angesehen werden (zum Begriff der „exchangeability“ vgl. Longford 1993).

Für die Schätzung der Modellparameter sind Zusatzannahmen zur Verteilung der zufälligen Effekte erforderlich. Ein einfaches Modell hat folgende Gestalt:

$$\ln W_{ir} = \beta_0 + \beta_u \ln U_r + \beta'_1 \mathbf{x}_{ir} + \beta'_2 \mathbf{x}_r + \tilde{\mu}_r + \tilde{\varepsilon}_{ir} \quad (4)$$

Hier wurde gegenüber (1) der Zeitindex  $t$  fallengelassen, um zur Vereinfachung in der folgenden Betrachtung zunächst davon zu abstrahieren, dass mehrere Datensätze von einer Person stammen können. Bei (4) wird im Unterschied zu (2) der regionale Effekt nicht mehr als fix betrachtet, sondern als Realisierung einer Zufallsvariablen  $\tilde{\mu}_r$ . Vergleicht man (2) und (4) so ist kein großer Unterschied erkennbar. Die Einführung eines zufälligen Effekts auf der Regionsebene führt wiederum zur Verschiebung der Regressionsgeraden, für jede Region wird ein eigener Achsenabschnitt geschätzt (vgl. wiederum Abbildung 1).

Da die Residualvarianz  $\tilde{v}_{ir}$  als zusammengesetzt betrachtet wird ( $\tilde{v}_{ir} = \tilde{\mu}_r + \tilde{\varepsilon}_{ir}$ ), werden Modelle wie in Gleichung (4) auch als Varianzkomponentenmodelle bezeichnet. Zu ihrer Schätzung müssen Annahmen über die Verteilung der  $\tilde{\varepsilon}$  und der  $\tilde{\mu}$  gemacht werden. Dies kann z. B. die Normalverteilungsannahme sein. Andere wichtige Annahmen sind,

dass beide Fehlerterme einerseits unabhängig voneinander sind, andererseits unabhängig von den einbezogenen exogenen Variablen, also:

$$E[\tilde{\mu}_r | \mathbf{X}] = 0 \quad \text{und:} \quad E[\tilde{\varepsilon}_{ir} | \mathbf{X}] = 0 \quad (5)$$

$$\text{mit } \tilde{\mu}_r \sim N(0, \sigma_\mu^2) \quad \text{und:} \quad \tilde{\varepsilon}_{ir} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Im Mehrebenenmodell mit zufälligen Effekten müssen weniger Parameter als im Modell mit fixen Effekten geschätzt werden. Statt einen Koeffizienten für jede Region muss nur ein Parameter für die Varianz auf der Regionsebene geschätzt werden. Außerdem ist die Schätzung der Parameter mit erheblichen Effizienzgewinnen verbunden. Für die Residuen ergeben sich im Zweiebenenmodell zwei Quellen der Variation, nämlich die Varianz zwischen den Gruppen, hier Regionen, („between“) und die Varianz zwischen den Beobachtungen innerhalb einer Gruppe („within“). Als Maß für die Abhängigkeit zweier Beobachtungen, die der gleichen Gruppe angehören, kann der Korrelationskoeffizient verwendet werden:

$$\rho = \sigma_\mu^2 / (\sigma_\mu^2 + \sigma_\varepsilon^2).$$

Bei einem Korrelationskoeffizienten von Null kann die gesamte Residualvarianz auf un beobachtete Unterschiede zwischen den Beschäftigten zurückgeführt werden. Es verbleibt dann kein Rest, der über eine Heterogenität der Einheiten der zweiten Ebene erklärt werden könnte. In diesem Fall kann alternativ einfach das klassische lineare Modell verwendet werden, das mit der Methode der kleinsten Quadrate unverzerrt und effizient zu schätzen ist. Umgekehrt sind im Falle hierarchischer Abhängigkeitsstrukturen Modelle mit mehr als zwei Ebenen möglich.

### 3.4 Modelle mit zufälligen Koeffizienten

Eine weitere Modellerweiterung wird dort angemessen sein, wo sich die Spezifität der Arbeitsmarktsituation in den einzelnen Regionen nicht nur in einer Verschiebung der Regressionsgerade äußern sollte, sondern wo von einer Variation der Wirkung einzelner exogener Variablen der Mikroebene auszugehen ist. Zum Beispiel ist vorstellbar, dass die Schulbildung in verschiedenen Regionen jeweils spezifische Effekte hat, da die Knappheitsverhältnisse auf Teilarbeitsmärkten regional differieren. In diesem Fall würde die Steigung der Regressionsgeraden nach Regionen variieren. Die Regionen werden wieder als zufällig gezogene Einheiten aus einem Universum von Regionen betrachtet. Das erweiterte Modell besitzt dann die folgende Gestalt:

$$y_{ir} = \beta_0 + \tilde{\beta}'_1 x_{ir} + \beta'_2 x_r + \tilde{\mu}_r + \tilde{\varepsilon}_{ir} \quad (6)$$

Hier wird nicht nur der Achsenabschnitt als Zufallsvariable zwischen den Regionen  $r$  variiert, vielmehr werden auch die Koeffizienten jener Variablen, die den Einheiten der unteren Ebene, d. h. den Elementareinheiten der Analyse zuzuordnen sind, als zufällig veränderlich zwischen den Makroeinheiten betrachtet. Jedes Element  $\tilde{\beta}_{1mr}$  des Vektors  $\tilde{\beta}_{1r}$  kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

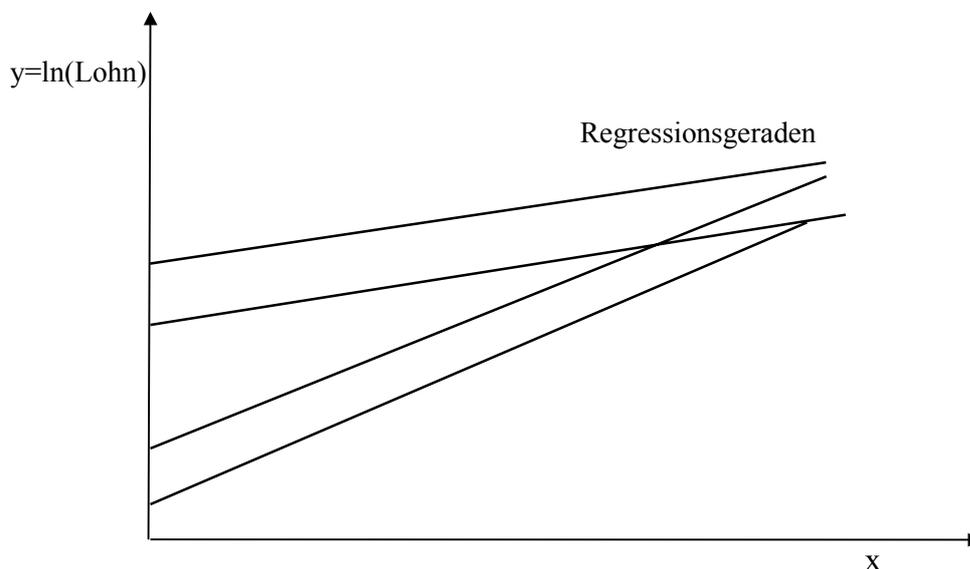
$$\tilde{\beta}_{1mr} = \beta_{1m} + \tilde{\eta}_{mr} \quad (7)$$

Für die  $\tilde{\eta}_{mr}$  müssen wiederum bestimmte Verteilungsannahmen getroffen werden. In der Regel wird angenommen, dass sie normalverteilt mit Mittelwert Null sind. Außerdem muss eine Varianz-Kovarianzmatrix zwischen den  $\tilde{\eta}_{mr}$  und den  $\tilde{\mu}_r$  festgelegt werden. Setzt man (7) in (6) ein, ergibt sich ein Modell mit konstanten Koeffizienten, aber einem komplexen Fehlerterm:

$$y_{ir} = \beta_0 + \beta'_1 \mathbf{x}_{ir} + \beta'_2 \mathbf{x}_r + \tilde{\mu}_r + \tilde{\eta}'_r \mathbf{x}_{ir} + \tilde{\varepsilon}_{ir} \quad (8)$$

Abbildung 2 zeigt ein ganzes Bündel von Regressionsgeraden mit nicht nur gruppenspezifischen Effekten, sondern auch gruppenspezifischen  $\beta$ -Koeffizienten, d. h. die Regressionsgeraden verlaufen nicht parallel.

**Abbildung 2: Regionsspezifische Koeffizienten in der Regressionsanalyse**



### 3.5 Modellvergleich

Ein grundlegendes Problem, das mit Modellen mit zufälligen Effekten oder Koeffizienten verbunden ist, stellt die Annahme dar, dass zwischen den zufälligen Effekten und den

exogenen Variablen keine Korrelation vorhanden ist. Diese wird häufig schlicht per Annahme ausgeschlossen. Unter inhaltlichem Gesichtspunkt können die Konsequenzen einer Verletzung dieser Annahme jedoch erheblich sein, da dann die Koeffizienten der betroffenen Variablen verzerrt geschätzt und die Varianz auf der Makroebene unterschätzt wird.

Sind z. B. die individuellen Arbeitskräfte nach Bildungsniveau insoweit ungleich verteilt, als in Großstädten das Bildungsniveau höher ist, könnte ein Problem entstehen, weil dort auch das höchste Lohnniveau herrscht. Wenn die Analyse mit einer Lohngleichung (4) erfolgt, wird eine - tatsächlich existierende - Korrelation zwischen der (auf Individualniveau gemessenen) Bildungsvariablen  $x_{bi}$  und der Fehlerkomponente  $\tilde{\mu}_r$  dazu führen, dass sowohl der Einfluss der Bildungsvariable als auch die Varianz von  $\tilde{\mu}_r$  überschätzt wird. D. h. der Ansatz, der eingeführt wurde, um der Bedeutung der Gruppenebene gerecht zu werden, führt paradoxerweise zu einer *Unterschätzung* der Bedeutung der Gruppenebene!

Beim Vorliegen einer Korrelation zwischen einer exogenen Variablen  $x_i$  und der Fehlerkomponente  $\tilde{\mu}_r$  wird die Verwendung von Modellen mit fixen Effekten empfohlen. Es wurde aber schon gezeigt, dass auch diese Modellklasse nicht ohne Probleme ist: Variieren die auf der Gruppenebene gemessenen Variablen in der Zeit nur wenig, tritt ein Multikollinearitätsproblem auf. Tatsächlich ist Grundlage der Anwendung von Modellen mit fixen Effekten die Annahme, dass alle auf der Gruppen- (hier Regions-)Ebene feststellbaren Besonderheiten systematisch sind. Umgekehrt wird für Modelle mit zufälligen Effekten angenommen, dass diese unsystematisch, eben zufällig, sind und damit Teil der Fehlerkomponente, die es zu minimieren gilt. Beide Einstufungen sind häufig zu ‚extrem‘, da auf der Regionsebene systematische („die Region in ihren unverwechselbaren Eigenschaften“) und zufällige Einflüsse auftreten werden.

In Ökonometrielehrbüchern findet sich häufig die Empfehlung, zur Entscheidung über die Angemessenheit der Modelle (2) oder (4) einen Hausman-Test zu verwenden (Greene 1997: 632 ff.). Dieser geht von dem Modell mit fixen Effekten aus und beurteilt die Abweichungen, die im Fall der zufälligen Effekte erhalten werden. Sind diese relativ groß, wird das Modell mit zufälligen Effekten verworfen, da die betreffende Schätzung als verzerrt beurteilt wird. Dies unterstellt jedoch, dass das Modell mit fixen Effekten korrekt spezifiziert ist. Wie erwähnt, muss dies nicht der Fall sein. Hinzu kommt, dass Modelle mit fixen Effekten sensitiv auf Probleme mit Endogenitäten der Variablen auf der rechten Seite der Gleichung reagieren und dann ebenfalls verzerrte Ergebnisse erbringen (Baltagi 1995: 116 ff.). In solchen Fällen kann das Modell mit fixen Effekten nicht Grundlage des Tests sein (vgl. zur Abfolge der Tests Elhorst/Blien/Wolf 2001).

Schließlich spricht gegen Modelle mit fixen Effekten, dass die Wirkung der Arbeitslosigkeit und anderer Aggregatvariablen nicht identifizierbar ist, wenn die Daten nur im Querschnitt vorliegen oder wenn - was in der Praxis häufig zu beobachten ist - die einbezogenen Variablen stark mit den Regionaldummies korreliert sind. In diesem Fall sind die Aggregatvariablen multikollinear mit den fixen Effekten.

In der Literatur zur Mehrebenenanalyse in Form von englischen (u. a. von den Pionieren der Methoden: Goldstein 1995 und Longford 1993) und deutschen Lehrbüchern (Ditton 1998 und Engel 1998) wird nahezu als selbstverständlich vorausgesetzt, dass Mehrebenenmodelle solche mit zufälligen Effekten oder Koeffizienten wären. Das Problem der verzerrten Schätzung im Falle einer Korrelation der Fehlerterme mit den exogenen Variablen wird nicht näher diskutiert.

In neuerer Zeit wurden Methoden vorgeschlagen, die die Vorteile beider Modellklassen, jener mit fixen und jener mit zufälligen Effekten, versprechen, u. a. der so genannte CIGLS-Schätzer von Rice/Jones/Goldstein (1999), der jedoch noch nicht als hinreichend geprüft erscheint (vgl. Anhang 2). So bleibt als Fazit nur die Empfehlung, bei der Interpretation der Analyseresultate die Modellvoraussetzungen zu berücksichtigen. Ist eine Bedingung auf die Makroeinheiten (Regionen) eines Datensatzes sinnvoll, so ist ein Modell mit fixen Effekten angemessen. Ist diese Bedingung jedoch eine zu starke Einschränkung, weil etwa die erhobenen Makroeinheiten nur als Stichprobe aus einer Population aufzufassen sind, dann ist zumindest ein Modell mit zufälligen Effekten zu verwenden. In diesem Fall ist aber zu beachten, dass valide Schlussfolgerungen davon abhängen, dass die Korrelationen mit den exogenen Variablen nicht zu stark sind.

### **Lehrbücher**

zu statistischen Mehrebenenmodellen  
oder allgemein zu Modellen mit zufälligen oder fixen Effekten:

Baltagi, Badi H. (1995): *Econometric Analysis of Panel Data*, Chichester etc.: Wiley

Ditton, Hartmut (1998): *Mehrebenenanalyse*, Weinheim/ München: Juventa

Engel, Uwe (1998): *Einführung in die Mehrebenenanalyse*, Opladen: Westdeutscher Verlag

Goldstein, Harvey (1995): *Multilevel Statistical Models (Second Edition)*, London: Edward Arnold

Greene, William H. (1997): *Econometric Analysis (Third edition)*, Upper Saddle River: Prentice Hall

Longford, Nicholas T. (1993): *Random Coefficient Models*, Oxford: Clarendon

## Anhang 1:

### Abhängigkeitsstruktur der Beobachtungen im Modell mit zufälligen Effekten

Unter den Annahmen, die durch Gleichung (3a) und (3b) beschrieben ist, wird die Varianz-Kovarianzmatrix  $\mathbf{V}$  der Beobachtungen als Konsequenz der Wirkung unbeobachteter regionaler Variablen blockdiagonal:

$\mathbf{V} = \mathbf{I}_R \otimes \{\mathbf{V}_r\}$ , oder:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_r & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_r & \mathbf{0} & \cdot & \mathbf{0} \\ & & \cdot & & \\ & & \cdot & & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \mathbf{V}_r \end{bmatrix} \quad (\text{A1})$$

wobei  $\mathbf{V}_r = \sigma_\mu^2 \mathbf{J}_{n_r} + \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}_{n_r}$

Hier ist  $\mathbf{V}_r$  die Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen einer Region  $r$ , deren Hauptdiagonale jeweils mit  $(\sigma_\mu^2 + \sigma_\varepsilon^2)$  besetzt ist, während die anderen Matrixelemente den Wert  $\sigma_\mu^2$  annehmen, sofern die Varianzen jeweils über die Beobachtungen und Makroeinheiten konstant bleiben, d. h. Heteroskedastie und Autokorrelation ausgeschlossen sind.  $\mathbf{J}$  ist eine Matrix aus lauter Einsen und  $\mathbf{I}$  die Einheitsmatrix, beide von der Dimension  $n_r$ , der Anzahl der Beobachtungen in Region  $r$ .  $\otimes$  ist das Kronecker-Produkt.

Im Modell mit der durch (A1) angegebenen Varianz-Kovarianzmatrix gibt der Index  $n_r$  hier die Anzahl der Beobachtungen in der betreffenden Region (oder allgemein Gruppe) an. Da die Beschäftigten einer Region nicht unabhängig voneinander sind, ist die Kovarianz der Beobachtungen, die zur gleichen Gruppe, hier Region, gehören, ungleich Null:

$$\text{cov}(v_{ir}, v_{i'r}) = \sigma_\mu^2 \quad \text{für } i' \neq i$$

Gleichung (A1) zeigt, dass die Annahme unabhängiger Beobachtungen des klassischen multiplen Regressionsmodells, das mit OLS geschätzt wird, verletzt ist. Unter dieser Annahme gilt demgegenüber, dass

$$\mathbf{V} = \sigma_v^2 \mathbf{I}.$$

## Anhang 2:

### Ein Schätzer für unverzerrte Parameter

Eine bedeutende Neuentwicklung (Rice/Jones/Goldstein 1999) verspricht, das Schätzverfahren zu Modellen mit zufälligen Effekten oder Koeffizienten so abzuändern, dass unverzerrte Koeffizienten ermittelt werden, obwohl die exogenen Variablen und die zufälligen Effekte (Residuen) miteinander korreliert sind. Dies erfolgt im Rahmen des so genannten Conditioned Iterative Generalized Least Squares Estimator (CIGLS), der eine Verallgemeinerung des üblichen IGLS-Schätzverfahrens nach Goldstein (1995) darstellt.

1. Dazu wird hier zunächst der LSDV-Schätzer für Modelle mit fixen Effekten  $\chi_i$  betrachtet, der die Regressionsgleichung einer linearen Transformation durch Multiplikation von links mit einer Matrix  $\mathbf{Q}$  unterwirft (Greene 1997, Kapitel 14, Baltagi 1995, 2.2):

$$\mathbf{Qy} = \mathbf{QX}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Q}\boldsymbol{\chi} + \mathbf{Q}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{QX}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Q}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (\text{A2})$$

$$\text{mit: } \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{NT} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}^0 & \mathbf{0} & \cdot & \mathbf{0} \\ & & \cdot & & \\ & & \cdot & & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \mathbf{Q}^0 \end{bmatrix} \quad \text{und: } \mathbf{Q}^0 = \mathbf{I}_T - \frac{1}{T}\mathbf{J}_T \quad (\text{A3})$$

Wir nehmen hier wie im Folgenden aus Gründen der Einfachheit balancierte Daten an, d. h. für jede individuelle Einheit sollte die gleiche Zahl von Beobachtungen vorliegen. Die Schätzer stehen aber auch für unbalancierte Daten zur Verfügung. Die Matrix  $\mathbf{Q}$  transformiert alle Variablenausprägungen in Abweichungen von ihren gruppenspezifischen Mittelwerten. Variablen, die für eine Gruppe konstant sind, werden ebenso wie die Effekte  $\chi_i$  auf 0 gesetzt, also eliminiert. Die Schätzung der Effekte erfolgt dann nach der folgenden Gleichung:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{LSDV}} = (\mathbf{X}'\mathbf{QX})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Qy} \quad (\text{A4})$$

2. Bei der Umsetzung der CIGLS Methode werden die gleichen Iterationen wie bei IGLS (Goldstein 1995, Blien 2001: 148 ff.) ausgeführt, jedoch jeweils ein zusätzlicher Schritt eingeschaltet. Dazu wird eine weitere Variable in die Schätzgleichung aufgenommen, die das arithmetische Mittel der Residuen auf der Gruppenebene repräsentiert.

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \alpha_s \mathbf{s} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \text{mit } s_r = \sum_{i=1}^{n_r} \frac{y_{ir} - \mathbf{x}_{ir}\hat{\boldsymbol{\beta}}}{n_r} \quad (\text{A5})$$

Folgende Darstellung ist möglich, wenn  $\mathbf{Q}$  gemäß (A3) definiert wird:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + [(\mathbf{I} - \mathbf{Q})(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})]\alpha_s + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (\text{A6})$$

Eine Iteration mit der zusätzlichen Variable  $s$ , deren Werte aus der vorherigen Iteration nach (A5) ermittelt wurden, dient zur Berechnung der  $\beta$ -Koeffizienten. Im damit alternierenden Schritt wird  $s$  wieder ausgeschlossen und eine Iteration zur Berechnung der Varianzen durchgeführt. Dann wird der Doppelschritt wiederholt, indem  $s$  wieder in die Regressionsgleichung aufgenommen wird etc., etc. Ergibt sich bei Konvergenz, dass  $\alpha_s = 1$ , dann folgt:

$$\mathbf{Qy} = \mathbf{QX}\boldsymbol{\beta} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^* \quad (\text{A7})$$

Man sieht sofort, dass mit  $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \mathbf{Q}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$  (A7) (A4) entspricht, also das Modell mit zufälligen Effekten äquivalent einem mit fixen Effekten ist. Auf diese Weise sollten die Vorteile beider Modellklassen realisiert werden. Von Rice et al. wird behauptet, eine konsistente Schätzung der fixen Parameter wie beim Modell mit festen Effekten zu ermöglichen, andererseits die verfügbaren Freiheitsgrade voll zu nutzen, sodass eine effiziente Schätzung erhalten wird, wie im ‚einfachen‘ Modell mit zufälligen Effekten. Wie bei diesem ist eine Schätzung der Koeffizienten von Variablen möglich, die nicht innerhalb der Gruppen - d. h. Regionen - variieren.

Es verbleibt jedoch als offene Frage, die im Papier von Rice et al. nicht geklärt wird, unter welchen Bedingungen Konvergenz gegen  $\alpha_s = 1$  erreicht wird. Offen bleibt auch, wie eine Schätzung innerhalb von Gruppen konstanter Variablen möglich sein soll, wenn diese durch die Transformation mit  $\mathbf{Q}$  gerade eliminiert werden. Aus diesen Gründen ist hier noch weitere konzeptionelle Arbeit an der Methode erforderlich.

### **Literatur** (zu verschiedenen Lehrbüchern vgl. den obigen Kasten)

- Becker, Gary S. (1976): *The Economic Approach to Human Behavior*, Chicago: University of Chicago.
- Blien, Uwe (2001): *Arbeitslosigkeit und Entlohnung auf regionalen Arbeitsmärkten. Theoretische Analyse, ökonometrische Methode, empirische Evidenz und wirtschaftspolitische Schlussfolgerungen für die Bundesrepublik Deutschland*, Heidelberg: Physica.
- Blien, Uwe (2002): *Sein oder Sollen? Zur Erklärung von Normen und Moral*, in: Oetsch, Walter; Panther Stephan (2002): *Politische Ökonomie als Sozialwissenschaft*, Marburg: Metropolis (im Erscheinen).
- Blien, Uwe/Blume, Lorenz/Eickelpasch, Alexander/Geppert, Kurt/Maierhofer, Erich/Vollkommer, Dieter/Wolf, Katja (2001): *Die Entwicklung der ostdeutschen Regionen*, BeitrAB (in Vorbereitung).

- Blien, Uwe/Wiedenbeck, Michael/Arminger, Gerhard (1994): Reconciling Macro and Micro Perspectives by Multilevel Models, in: Borg, Ingwer/Mohler, Peter Ph. (Hrsg.): Trends and Perspectives in Empirical Social Research, Berlin, New York: De Gruyter: 266-282.
- Elhorst, J. Paul/Blien, Uwe/Wolf, Katja (2001): A Spatial Panel Approach to the East German Wage Curve, Paper of the University of Groningen.
- Greene, W./Seaks, T. (1991): The Restricted Least Squares Estimator, in: The Review of Economics and Statistics 73: 563-567.
- Haisken-DeNew, John P./Schmidt, Christoph M. (1997): Inter-industry and inter-region differentials: Mechanics and interpretation, in: The Review of Economics and Statistics 79/3: 516-521.
- Henrich, J./Boyd, R./Bowles, S./Camerer, C./Fehr E./Gintis, H./McElreath, R. (2001): In Search of Homo Economics: Behavioral Experiments in 15 Small-Scale Societies, in: American Economic Review 91/2: 73-78.
- Krueger, Alan B./Summers, Lawrence H. (1988): Efficiency wages and the inter-industry wage structure, in: Econometrica 56/2: 259-293.
- Möller, Joachim/Tassinopoulos, Alexandros (2000): Zunehmende Spezialisierung oder Strukturkonvergenz?, in: Jahrbuch für Regionalwissenschaft 20/1: 1-38.
- Moulton, Brent R. (1990): An illustration of a pitfall in estimating the effects of aggregate variables on micro units, in: The Review of Economics and Statistics, 72: 334-338.
- Rice, Nigel/Jones, Andrew/Goldstein, Harvey (1999): Multilevel models where the random effects are correlated with the fixed predictors, paper of the Multilevel Models Project, London.